

<i>Rodzaj dokumentu:</i>	Zasady oceniania rozwiązań zadań
<i>Egzamin:</i>	Egzamin ósmoklasisty
<i>Przedmiot:</i>	Matematyka
<i>Formy arkusza:</i>	OMAP-900-2605 OMAP-Q00-2605
<i>Termin egzaminu:</i>	12 maja 2026 r.
<i>Data publikacji dokumentu:</i>	19 czerwca 2026 r.

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie rozwiązania merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 5., 12., 15., 16., 17., 18. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
 1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
 2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
 3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
 4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe, wynikające np. z graficznego podobieństwa cyfr)
 5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
 6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
 7. niekończenie wyrazów
 8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – 0C)
 9. błędy w przepisywaniu
 10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
 11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m_2 - m^2$).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania określone w podstawie programowej¹	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...]. XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą [...] diagramów [...] kołowych [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 11) znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) [...] i najmniejszą wspólną wielokrotność (NWW) dwóch liczb naturalnych co najwyżej trzycyfrowych metodą rozkładu na czynniki.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

¹ Rozporządzenie Ministra Edukacji z dnia 28 czerwca 2024 r. zmieniające rozporządzenie w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz podstawy programowej kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej, w tym dla uczniów z niepełnosprawnością intelektualną w stopniu umiarkowanym lub znacznym, kształcenia ogólnego dla branżowej szkoły I stopnia, kształcenia ogólnego dla szkoły specjalnej przysposabiającej do pracy oraz kształcenia ogólnego dla szkoły policealnej (Dz.U. 2024, poz. 996).

Zadanie 3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY VII i VIII II. Pierwiastki. Uczeń: 1) oblicza wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 4. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY VII i VIII I. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży [...] potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 5. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki [...] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. KLASY VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...].

Zasady oceniania**2 punkty – pełne rozwiązanie**

- poprawny sposób obliczenia liczby kartek niebieskich przygotowanych przez Elę, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (57)
LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych zestawów liczb kartek poszczególnych kolorów (czerwone, niebieskie, zielone, białe), wśród których **jest** prawidłowa liczba kartek niebieskich, prawidłowe obliczenia **oraz** wskazanie spośród nich prawidłowego wyniku liczbowego (57).

1 punkt

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby kartek w jednym spośród kolorów: czerwonym albo niebieskim, albo zielonym, np.
 $x + (x + 19) + (x - 10) + 37 = 160$, gdzie x oznacza liczbę kartek czerwonych
 albo
 $n + (n - 19) + (n - 19 - 10) + 37 = 160$, gdzie n oznacza liczbę kartek niebieskich,
 albo
 $z + (z + 10) + (19 + z + 10) + 37 = 160$, gdzie z oznacza liczbę kartek zielonych
 (lub zapisy równoważne)
 LUB
- zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego prowadzącego do obliczenia liczby kartek czerwonych, np.
 $(160 - 37 - 19 + 10) : 3$,
 LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych zestawów liczb kartek poszczególnych kolorów (czerwone, niebieskie, zielone, białe), wśród których **nie ma** prawidłowej liczby kartek niebieskich,
 LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych zestawów liczb kartek poszczególnych kolorów (czerwone,

niebieskie, zielone, białe), wśród których **jest** prawidłowa liczba kartek niebieskich **bez wskazania** prawidłowego wyniku liczbowego.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga

Jeżeli uczeń sprawdza wszystkie warunki zadania tylko dla jednego zestawu liczb kartek poszczególnych kolorów: czerwone 38, niebieskie 57, zielone 28, białe 37, i nie popełnia błędów rachunkowych, to otrzymuje 1 punkt.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Kartek w czterech kolorach było razem 160.

Kartek białych było 37.

Liczbę kartek czerwonych oznaczmy jako x .

Zapiszemy wyrażenia algebraiczne opisujące liczby kartek niebieskich i zielonych:

$x + 19$ – liczba kartek niebieskich

$x - 10$ – liczba kartek zielonych

Obliczymy liczbę kartek czerwonych.

Zapiszemy i rozwiążemy równanie spełniające wszystkie warunki zadania:

$$x + (x + 19) + (x - 10) + 37 = 160$$

$$3x = 160 - 19 + 10 - 37$$

$$3x = 114$$

$$x = 38$$

Obliczymy liczbę kartek niebieskich:

$$38 + 19 = 57$$

Odpowiedź: Ela przygotowała 57 kartek niebieskich.

II sposób

Kartek w czterech kolorach było razem 160.

Kartek białych było 37.

Liczbę kartek niebieskich oznaczmy jako n .

Zapiszemy wyrażenia algebraiczne opisujące liczby kartek czerwonych i zielonych:

$n - 19$ – liczba kartek czerwonych

$n - 19 - 10$ – liczba kartek zielonych

Obliczymy liczbę kartek niebieskich.

Zapiszemy i rozwiążemy równanie spełniające wszystkie warunki zadania:

$$n + (n - 19) + (n - 19 - 10) + 37 = 160$$

$$n + n - 19 + n - 29 + 37 = 160 + 19 + 29 - 37$$

$$3n = 171$$

$$n = 57$$

Odpowiedź: Ela przygotowała 57 kartek niebieskich.

III sposób

Kartek w czterech kolorach było razem 160.

Kartek białych było 37.

Liczbę kartek zielonych oznaczmy jako z .

Zapiszemy wyrażenia algebraiczne opisujące liczby kartek czerwonych i niebieskich:

$z + 10$ – liczba kartek czerwonych

$19 + z + 10$ – liczba kartek niebieskich

Obliczymy liczbę kartek zielonych.

Zapiszemy i rozwiążemy równanie spełniające wszystkie warunki zadania:

$$z + (z + 10) + (19 + z + 10) + 37 = 160$$

$$z + z + 10 + 29 + z + 37 = 160$$

$$3z = 160 - 10 - 29 - 37$$

$$3z = 84$$

$$z = 28$$

Obliczymy liczbę kartek niebieskich:

$$19 + (28 + 10) = 57$$

Odpowiedź: Ela przygotowała 57 kartek niebieskich.

IV sposób

Kartek w czterech kolorach było razem 160.

Kartek białych było 37.

Zilustrujemy graficznie zależności między liczbami kartek w trzech kolorach:

czerwone:

niebieskie: + 19

zielone: - 10

Obliczymy liczbę kartek czerwonych:

$$(160 - 37 - 19 + 10) : 3 = 38$$

Obliczymy liczbę kartek niebieskich:

$$19 + 38 = 57$$

Odpowiedź: Ela przygotowała 57 kartek niebieskich.

V sposób

Metoda prób i błędów:

Liczba kartek z uwzględnieniem warunków zadania				Liczba wszystkich kartek	
czerwonych	niebieskich o 19 więcej niż czerwonych	zielonych o 10 mniej niż czerwonych	białych	suma	sprawdzenie
30	49	20	37	136	$136 \neq 160$
40	59	30	37	166	$166 \neq 160$
38	57	28	37	160	$160 = 160$

Odpowiedź: Ela przygotowała 57 kartek niebieskich.

Zadanie 6. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI VI. Elementy algebry. Uczeń: 2) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkośći liczbowych i zapisuje proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym [...]. KLASY VII i VIII V. Obliczenia procentowe. Uczeń: 5) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 7. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub pisemnie oraz wykorzystanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	KLASY IV–VI XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 8. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	KLASY IV–VI II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń: 6) rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100.

Zasady oceniania

2 pkt – dwie poprawne odpowiedzi.

1 pkt – jedna poprawna odpowiedź i druga niepoprawna albo brak drugiej odpowiedzi.

0 pkt – dwie odpowiedzi niepoprawne albo brak dwóch odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. NIE

2. TAK

Zadanie 9. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta [...], kwadratu [...], a także do wyznaczania długości odcinków [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 10. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII IX. Wielokąty. Uczeń: 2) stosuje wzory na pole trójkąta [...]. VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

Zasady oceniania

2 pkt – dwie poprawne odpowiedzi.

1 pkt – jedna poprawna odpowiedź i druga niepoprawna albo brak drugiej odpowiedzi.

0 pkt – dwie odpowiedzi niepoprawne albo brak dwóch odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. TAK

2. TAK

Zadanie 11. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 1) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów. KLASY VII i VIII VI. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

C

Zadanie 12. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 1. Przeprowadzanie prostego rozumowania, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania, rozróżnianie dowodu od przykładu.	KLASY IV–VI XII. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 9) w sytuacji praktycznej oblicza: [...] prędkość przy danej drodze i czasie, czas przy danej drodze i prędkości oraz stosuje jednostki prędkości km/h i m/s.

Zasady oceniania**3 punkty – pełne rozwiązanie**

- poprawny sposób obliczenia czasu, w jakim samochód przejechał drogę z Jodłowa do Dębiny, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (60 min).

2 punkty

- poprawny sposób obliczenia **prędkości**, z jaką samochód przejechał z Polanki do Jodłowa **oraz** poprawny sposób obliczenia drogi z Jodłowa do Dębiny, np. zapisanie

$$v = \frac{48 \text{ km}}{40 \text{ min}} \quad \text{lub} \quad v = \frac{48 \text{ km}}{\frac{2}{3} \text{ h}} \quad (\text{lub zapisy równoważne}) \quad \text{oraz} \quad 120 \text{ km} - 48 \text{ km}$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia **drogi** przebytej przez samochód w ciągu 1 godziny (1 minuty, 1 sekundy), gdyby samochód jechał ze stałą prędkością, taką jak prędkość na trasie z Polanki do Jodłowa, czyli zastosowanie poprawnego związku między

drogą a czasem z wykorzystaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych **oraz** poprawny sposób obliczenia drogi z Jodłowa do Dębiny np. zapisanie

$$\frac{s}{48 \text{ km}} = \frac{60 \text{ min}}{40 \text{ min}} \quad \text{lub} \quad \frac{s}{60 \text{ min}} = \frac{48 \text{ km}}{40 \text{ min}} \quad (\text{lub zapisy równoważne}),$$

oraz $120 \text{ km} - 48 \text{ km}$,
LUB

- poprawny sposób obliczenia **czasu** przejazdu samochodu z Jodłowa do Dębiny, gdyby samochód jechał ze stałą prędkością, taką jak prędkość na trasie z Polanki do Jodłowa, czyli zastosowanie poprawnego związku między czasem a drogą z wykorzystaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych, np. zapisanie

$$\frac{72 \text{ km}}{48 \text{ km}} = \frac{t}{40 \text{ min}} \quad \text{lub} \quad \frac{72 \text{ km}}{t} = \frac{48 \text{ km}}{40 \text{ min}} \quad (\text{lub zapisy równoważne}),$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia **czasu** przejazdu samochodu z Jodłowa do Dębiny, gdyby samochód jechał ze stałą prędkością, taką jak prędkość na trasie z Polanki do Jodłowa, czyli zastosowanie poprawnego związku między czasem a drogą z wykorzystaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych **oraz** poprawny sposób obliczenia czasu przejazdu z Jodłowa do Dębiny, np. zapisanie

$$\frac{120 \text{ km}}{48 \text{ km}} = \frac{t}{40 \text{ min}} \quad \text{lub} \quad \frac{120 \text{ km}}{t} = \frac{48 \text{ km}}{40 \text{ min}} \quad \text{oraz} \quad t - 40 \text{ min}.$$

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia **prędkości**, z jaką samochód przejechał z Polanki do Jodłowa, np. zapisanie

$$v = \frac{48 \text{ km}}{40 \text{ min}} \quad (\text{lub zapisy równoważne})$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia **drogi** z Jodłowa do Dębiny, np. zapisanie

$$120 \text{ km} - 48 \text{ km},$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia **drogi** przebytej przez samochód w ciągu 1 godziny (1 minuty, 1 sekundy), gdyby samochód jechał ze stałą prędkością, taką jak prędkość na trasie z Polanki do Jodłowa, czyli zastosowanie poprawnego związku między drogą a czasem z wykorzystaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych, np. zapisanie

$$\frac{s}{48 \text{ km}} = \frac{60 \text{ min}}{40 \text{ min}} \quad \text{lub} \quad \frac{s}{60 \text{ min}} = \frac{48 \text{ km}}{40 \text{ min}} \quad (\text{lub zapisy równoważne}),$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia **czasu** przejazdu samochodu z Polanki do Dębiny, np. zapisanie

$$\frac{120 \text{ km}}{48 \text{ km}} = \frac{t}{40 \text{ min}} \quad \text{lub} \quad \frac{120 \text{ km}}{t} = \frac{48 \text{ km}}{40 \text{ min}} \quad (\text{lub zapisy równoważne}).$$

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga

Błąd w zamianie jednostek traktuje się jako błąd rachunkowy.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty**I sposób**

Obliczymy drogę z Jodłowa do Dębiny:

$$120 - 48 = 72 \text{ (km)}$$

Obliczymy prędkość, z jaką samochód przejechał z Polanki do Jodłowa.

Skorzystamy ze wzoru na prędkość:

$$v = \frac{s}{t}, \quad \text{gdzie:}$$

v – prędkość

$s = 48 \text{ km}$ – droga

$$t = 40 \text{ minut} = 40 \cdot \frac{1}{60} \text{ h} = \frac{2}{3} \text{ h} - \text{czas}$$

$$v = \frac{48 \text{ km}}{\frac{2}{3} \text{ h}} = 48 \cdot \frac{3}{2} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Samochód jechał z prędkością $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, więc przejechanie 72 km z tą samą, stałą prędkością z Jodłowa do Dębiny trwało:

$$t = 1 \text{ h} = 60 \text{ minut}$$

Odpowiedź: Przejazd tego samochodu z Jodłowa do Dębiny trwał 60 minut.

II sposób

Obliczymy drogę z Jodłowa do Dębiny:

$$120 - 48 = 72 \text{ (km)}$$

Obliczymy, ile kilometrów przejechałby samochód, gdyby jechał ze stałą prędkością, w ciągu 60 minut (1 godziny):

48 km w 40 minut

12 km w 10 minut

72 km w 60 minut

Odpowiedź: Przejazd tego samochodu z Jodłowa do Dębiny trwał 60 minut.

III sposób

Obliczymy drogę z Jodłowa do Dębiny:

$$120 - 48 = 72 \text{ (km)}$$

Obliczymy czas potrzebny na przejazd samochodu (ze stałą prędkością) z Jodłowa do Dębiny:

48 km w 40 min

6 km w 5 min

72 km w 60 min

Odpowiedź: Przejazd tego samochodu z Jodłowa do Dębiny trwał 60 minut.

IV sposób

Obliczmy drogę z Jodłowa do Dębiny:

$$120 - 48 = 72 \text{ (km)}$$

Obliczmy czas potrzebny na przejazd samochodu (ze stałą prędkością) z Jodłowa do Dębiny:

48 km w 40 min

72 km w x min

$$x = \frac{72 \text{ km} \cdot 40 \text{ min}}{48 \text{ km}}$$

$$x = 60 \text{ min}$$

Odpowiedź: Przejazd tego samochodu z Jodłowa do Dębiny trwał 60 minut.

V sposób

Obliczmy drogę z Jodłowa do Dębiny.

$$120 - 48 = 72 \text{ (km)}$$

Obliczmy, ile kilometrów samochód przejechałby w ciągu 1 godziny (60 min), gdyby jechał z tą samą, stałą prędkością:

48 km w 40 min

x km w 60 min

$$x = \frac{60 \text{ min} \cdot 48 \text{ km}}{40 \text{ min}}$$

$$x = 72 \text{ km}$$

Samochód przejechałby w ciągu 1 godziny 72 km, więc przejechanie drogi z Jodłowa do Dębiny (72 km), z tą samą prędkością trwało 60 minut.

Odpowiedź: Przejazd tego samochodu z Jodłowa do Dębiny trwał 60 minut.

VI sposób

Obliczmy czas potrzebny na przejazd samochodu (ze stałą prędkością) z Polanki do Dębiny:

48 km w 40 min

120 km w x min

$$x = \frac{120 \text{ km} \cdot 40 \text{ min}}{48 \text{ km}}$$

$$x = 100 \text{ min}$$

Obliczmy czas potrzebny na przejazd samochodu z Jodłowa do Dębiny:

$$100 \text{ min} - 40 \text{ min} = 60 \text{ min}$$

Odpowiedź: Przejazd tego samochodu z Jodłowa do Dębiny trwał 60 minut.

Zadanie 13. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	KLASY IV–VI XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. KLASY VII i VIII X. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 5) oblicza długość odcinka, którego końce są danymi punktami kratowymi w układzie współrzędnych.

Zasady oceniania

2 pkt – dwie poprawne odpowiedzi.

1 pkt – jedna poprawna odpowiedź i druga niepoprawna albo brak drugiej odpowiedzi.

0 pkt – dwie odpowiedzi niepoprawne albo brak dwóch odpowiedzi.

Rozwiązanie

1. TAK

2. TAK

Zadanie 14. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	KLASY VII i VIII XIII. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 3) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

Liczba z jest równa 7.

Zadanie 15. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	KLASY VII i VIII XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza objętości [...] graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe [...]; 3) oblicza objętości ostrosłupów [...] prawidłowych, i takich które nie są prawidłowe [...].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia, ile razy objętość ostrosłupa jest mniejsza od objętości sześcianu, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (12).

1 punkt

zapisanie poprawnego wyrażenia arytmetycznego, prowadzącego do obliczenia objętości ostrosłupa $ACDS$ w zależności od długości krawędzi sześcianu, np.

$$V_{ACDS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \quad (\text{lub zapisy równoważne}).$$

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Do wzoru na objętość sześcianu $ABCDEFGH$ podstawimy długość jego krawędzi:

$$V_S = 4^3$$

Ustalimy długość odcinka DS , który jest wysokością ostrosłupa $ACDS$:

$$|DS| = \frac{1}{2} \cdot 4$$

Zapiszemy wzór na objętość ostrosłupa $ACDS$:

$$V_O = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot P_{ABCD} \cdot |DS|$$

$$V_O = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{1}{12} \cdot 4^3$$

Obliczymy, ile razy objętość ostrosłupa $ACDS$ jest mniejsza od objętości sześcianu $ABCDEFGH$:

$$V_S : V_O = 4^3 : \frac{4^3}{12} = 4^3 \cdot \frac{12}{4^3} = 12$$

Odpowiedź: Objętość ostrosłupa $ACDS$ jest mniejsza od objętości sześcianu $ABCDEFGH$ 12 razy.

II sposób

Obliczymy objętość sześcianu $ABCDEFGH$:

$$V_S = 4^3 = 64$$

Obliczymy długość odcinka DS , który jest wysokością ostrosłupa $ACDS$ i połową krawędzi sześcianu:

$$|DS| = \frac{1}{2} \cdot |DH| = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$$

Obliczymy pole podstawy ostrosłupa $ACDS$:

$$P_p = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$$

Zapiszemy wzór i obliczymy objętość ostrosłupa $ACDS$:

$$V_o = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 2 = \frac{16}{3}$$

Porównamy objętość ostrosłupa i objętość sześcianu:

$$V_S : V_o = 64 : \frac{16}{3} = 64 \cdot \frac{3}{16} = 4 \cdot 3 = 12$$

Odpowiedź: Objętość ostrosłupa $ACDS$ jest mniejsza od objętości sześcianu $ABCDEFGH$ 12 razy.

Zadanie 16. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY VII i VIII XI. Geometria przestrzenna. Uczeń: 2) oblicza [...] pola powierzchni graniastosłupów prostych, prawidłowych i takich, które nie są prawidłowe.

Zasady oceniania**2 punkty – pełne rozwiązanie**

poprawny sposób obliczenia pola powierzchni całkowitej otrzymanego prostopadłościanu, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (350 cm^2).

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia pola powierzchni jednej ściany bocznej prostopadłościanu, np. zapisanie

$$P_b = 5 \cdot 15 \quad (\text{lub zapisy równoważne})$$

LUB

- poprawny sposób obliczenia pola powierzchni całkowitej sześcianu, np. zapisanie

$$P_s = 5 \cdot 5 \cdot 6 \quad (\text{lub zapisy równoważne}).$$

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga

Nie ocenia się stosowania jednostek.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

Obliczymy pole powierzchni jednej ściany sześcianu:

$$P = 5^2 = 25 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Zauważymy, że na powierzchnię całkowitą prostopadłościanu składa się 14 ścian tych trzech sześciątów.

Obliczymy pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu:

$$P_c = 25 \cdot 14 = 350 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe 350 cm^2 .

II sposób

Obliczymy wysokość otrzymanego prostopadłościanu:

$$H = 3 \cdot 5 = 15 \text{ (cm)}$$

Obliczymy pole powierzchni jednej ściany bocznej prostopadłościanu:

$$P = 15 \cdot 5 = 75 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole powierzchni bocznej prostopadłościanu:

$$P_b = 75 \cdot 4 = 300 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole dwóch ścian prostopadłościanu o wymiarach $5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$:

$$P_p = 25 \cdot 2 = 50 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu:

$$P_c = 50 + 300 = 350 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe 350 cm^2 .

III sposób

Obliczymy pole powierzchni całkowitej jednego sześcianu:

$$P_{1s} = 5 \cdot 5 \cdot 6 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pola powierzchni całkowitej trzech sześciątów:

$$P_{3s} = 150 \cdot 3 = 450 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Sześciiany ustawiono jeden na drugim, zatem obliczymy pola czterech podstaw sześciątów, którymi się stykają:

$$P_{4p} = 25 \cdot 4 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu:

$$P_c = 450 - 100 = 350 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole powierzchni całkowitej tego prostopadłościanu jest równe 350 cm^2 .

Zadanie 17. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 2) oblicza obwód wielokąta o danych długościach boków. KLASY VII i VIII II. Pierwiastki. Uczeń: 4) oblicza pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłącza liczbę przed znak pierwiastka [...]. VIII. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 7) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego).

Zasady oceniania**3 punkty – pełne rozwiązanie**

poprawny sposób obliczenia obwodu równoległoboku $KLMN$, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy ($18 + 2\sqrt{18}$ lub $18 + 6\sqrt{2}$).

2 punkty

poprawny sposób obliczenia obwodu równoległoboku $KLMN$.

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia długości przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego równoramiennego o przyprostokątnej długości 3 z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie $c^2 = 3^2 + 3^2$, gdzie c jest długością przeciwprostokątnej tego trójkąta
LUB
- ustalenie długości przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego równoramiennego o przyprostokątnej długości 3 bez przedstawienia sposobu jej obliczenia ($3\sqrt{2}$), np. zapisanie na rysunku.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

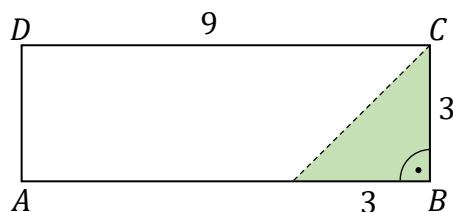
Uwagi

1. Nie akceptuje się rozwiązań zadania opartych na pomiarze, np. linijką.
2. Jeżeli uczeń rozwiązuje zadanie bez błędów rachunkowych, ale do obliczenia obwodu równoległoboku stosuje przybliżenia pierwiastków, to za rozwiązanie zadania otrzymuje 2 punkty.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Zaznaczymy na rysunkach długości boków trójkąta prostokątnego równoramiennego.



Rysunek 1.



Rysunek 2.

Obliczymy długość boku KN równoległoboku $KLMN$. Skorzystamy z twierdzenia Pitagorasa:

$$|KN|^2 = 3^2 + 3^2$$

$$|KN|^2 = 18$$

$$|KN| = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

Obliczymy obwód równoległoboku $KLMN$:

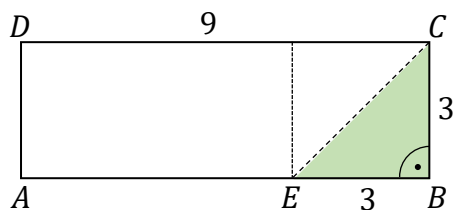
$$O_{KLMN} = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 3\sqrt{2}$$

$$O_{KLMN} = 18 + 6\sqrt{2}$$

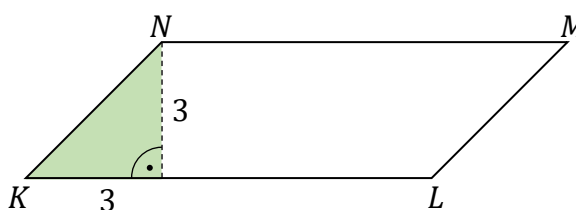
Odpowiedź: Obwód równoległoboku $KLMN$ jest równy $18 + 6\sqrt{2}$.

II sposób

Zaznaczymy na rysunku 1. punkt E , który jest jednym z wierzchołków trójkąta prostokątnego równoramiennego EBC oraz narysujemy odcinek prosty do boków AB i CD prostokąta.



Rysunek 1.



Rysunek 2.

Zauważymy, że przeciwprostokątna EC trójkąta EBC jest także przekątną kwadratu o boku długości 3. Stąd otrzymujemy:

$$|EC| = 3\sqrt{2}$$

Ponadto:

$$|EC| = |KN| = |LM|$$

Obliczymy obwód równoległoboku $KLMN$:

$$O_{KLMN} = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 3\sqrt{2}$$

$$O_{KLMN} = 18 + 6\sqrt{2}$$

Odpowiedź: Obwód równoległoboku $KLMN$ jest równy $18 + 6\sqrt{2}$.

Zadanie 18. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	KLASY IV–VI XI. Obliczenia w geometrii. Uczeń: 3) oblicza pola: [...] trapezu [...] w sytuacjach praktycznych [...]. XIV. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje poznaną wiedzę z zakresu arytmetyki i geometrii oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania**3 punkty – pełne rozwiązanie**

poprawny sposób obliczenia kosztu zakupu najmniejszej liczby opakowań z nasionami potrzebnych na obsianie całej powierzchni ogródka, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (144 zł).

2 punkty

poprawny sposób obliczenia najmniejszej liczby opakowań z nasionami potrzebnych na obsianie całej powierzchni ogródka.

1 punkt

poprawny sposób obliczenia pola powierzchni ogródka.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Nie ocenia się stosowania jednostek.

Błąd w zamianie jednostek traktuje się jako błąd rachunkowy.

2. Jeżeli uczeń przedstawia niepoprawny sposób obliczenia pola powierzchni ogródka i otrzyma wynik, który

a) nie jest wielokrotnością liczby 25, a następnie zgodnie z otrzymanym wynikiem poprawnie oblicza minimalną liczbę opakowań z nasionami potrzebnych na obsianie jego powierzchni oraz doprowadza rozwiązanie zadania do końca bez błędów rachunkowych, to za całe rozwiązanie zadania otrzymuje 1 punkt.

b) jest wielokrotnością liczby 25, to za całe rozwiązanie zadania otrzymuje 0 punktów.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Obliczymy pole powierzchni ogródka, skorzystamy ze wzoru na pole trapezu:

$$P_{\text{ogródka}} = \frac{(16 + 12)}{2} \cdot 10 = \frac{28}{2} \cdot 10 = 140 \text{ (m}^2\text{)}$$

Obliczymy liczbę potrzebnych opakowań z nasionami:

$$140 : 25 = 5,6$$

Liczba potrzebnych opakowań musi być liczbą naturalną. Najmniejszą liczbą naturalną większą od 5,6 jest 6.

Obliczymy koszt zakupu 6 opakowań z nasionami:

$$6 \cdot 24 = 144 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Za opakowania z nasionami Ania musi zapłacić 144 zł.

II sposób

Obliczymy pole powierzchni ogródka. Skorzystamy ze wzoru na pole trapezu:

$$P_{\text{ogródka}} = \frac{(16 + 12)}{2} \cdot 10 = \frac{28}{2} \cdot 10 = 140 \text{ (m}^2\text{)}$$

Obliczymy liczbę opakowań z nasionami potrzebnych na obsianie 140 m^2 ogródka:

1 opakowanie z nasionami wystarczy na obsianie 25 m^2 ogródka, więc:

4 opakowania: $4 \cdot 25 = 100 \text{ (m}^2\text{)}$ (za mało)

5 opakowań: $5 \cdot 25 = 125 \text{ (m}^2\text{)}$ (za mało)

6 opakowań: $6 \cdot 25 = 150 \text{ (m}^2\text{)}$ (wystarczy)

Obliczymy koszt zakupu 6 opakowań z nasionami:

$$6 \cdot 24 = 144 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Za opakowania z nasionami Ania musi zapłacić 144 zł.