INFÒRMATÓR
ò **egzaminie òsmëklasëstë**
z **matematiczi**

òd szkòłowégò rokù 2024/2025

Centralnô Kòmisjô Egzaminacyjnô
Warszawa 2025

Redakcyjné karno:
Monika Nowak (CKE)
Edita Warzecha
Renata Swirkò (ÒKE we Gduńskù)
Iwòna Łuba (ÒKE w Łomżë)
Sabina Pawłowskô
prof. dr hab. Zbigniew Semadeni
Agnieszka Sułowskô
Józef Daniel
dr Môrcën Smòlëk (CKE)

Recenzencë:
prof. dr hab. Zbigniew Marcëniôk
dr hab. Macej Bòrodzëk
dr Anna Widur
dr Tomôsz Karpòwicz (jãzëkòwô recenzjô)

Infòrmatór je ùsadzony przez Centralną Kòmisjã Egzaminacyjną wëcmanim z òkrãgòwima kòmisjama egzaminacyjnyma.

Centralnô Kòmisjô Egzaminacyjnô
ùl. Józefa Lewartowsczégò 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
sekretariat@cke.edu.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô we Gduńskù
ùl. Na Stokù 49, 80-874 Gduńsk
tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Jawòrznie
ùl. Adama Mickewicza 4, 43-600 Jawòrzno
tel. 32 616 33 99
oke@oke.jawòrzno.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Krakòwie
òs. Szkòłowé 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Łomżë
al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel. 86 216 44 95
sekretariat@oke.lomza.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Łodzë
ul. Ksawerégò Praussa 4, 94-203 Łódz
tel. 42 634 91 33
komisja@komisja.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Pòznanim
ul. Grónowô 22, 61-655 Pòznań
tel. 61 854 01 60
sekretariat@oke.pòznan.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô w Warszawie
pl. Eùropejsczi 3, 00-844 Warszawa
tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Òkrãgòwô Kòmisjô Egzaminacyjnô we Wrocławiu
ul. Tadeùsza Zelińsczégò 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

Spisënk zamkłoscë

1. Òpisënk egzaminu òsmëklasëstë z matematiczi..... **5**
Wstãp..... **5**
Zadania na egzaminie..... **6**
Regle taksowaniô..... **6**

2. Przëkładowé zadania z rozrzeszënkama..... **9**

1. Òpisënk egzaminu òsmëklasëstë z matematiczi

WSTĂP

Matematika je jednym z òbrzészkòwëch egzaminacyjnëch przedmiotów na egzaminie òsmëklasëstë i na maturalnym egzaminie.

Egzamin òsmëklasëstë z matematiczi sprôwdzô, w jaczim stãpniu ùczéń VIII klasë spòdleczny szkòłë spełniwô wëmòdżi, co stoją w programòwim spòdlim òglowégò sztôłceniô[1].

Infòrmatór òbjimô przëkładowé zadania egzaminacyjné wëcmanim z rozrzeszënkama i wskôzywô òdniesenia zadaniów do wëmògów programòwégò spòdlégò. Zadania w *Infòrmatorze* nie wëczerpują wszëtczich tipów zadaniów, jaczé mògą sã nalezc w egaminacyjnym arkùszu. Nie pòkôżą téż wszëtczich wëmògów z matematiczi, co są w programòwim spòdlim. Temù *Infòrmatór* ni może bëc jedurną ani nawetka nôpierszą wskôzą do planowaniô ùczebnégò dzejaniô w szkòle. Leno realizacjô wszëtczich wëmògów z programòwégò spòdlégò, tëch òglowëch jak i pòdrobnëch, mòże zagwësnic przënôleżné matematiczné wësztôłcenié ùczniów, w tim jich bëlné przërëchtowanié do egzaminu òsmëklasëstë.

ZADANIA NA EGZAMINIE

W egzaminacyjnym arkùszu są wëcmanim zamkłé i ôpen zadania. Zamkłé zadania to są taczé, w jaczich ùczéń wëbiérô òdpòwiésc z westrzód pòdónëch. W zamkłëch zadaniach nalézą sã m. ji. zadania wielerazowégò wëbiéru, zadania tipù prôwda-falsz i zadania na dobiéranié.

Ôpen zadania to taczé, w jaczich ùczéń sóm ùsôdzô òdpòwiésc. Przez ùcznia wskôzóny rozrzeszënk zadania mùszi pòkôzac tok rozëmòwaniô, òbjëmac mùszebné rechùnczi, przesztôłcenia a wniosczi.

Westrzód òtemkłëch zadaniów nalézą sã téż taczé, jaczé bãdze mógł rozrzeszëc tipòwim spòsobã, a téż taczé, co bãdą brëkòwałë ùżëcégò niestandardowëch szëków rozrzeszeniô. Ùczéń bãdze mùszôł, przë wëzwëskanim swòji wiédzë i ùmiejãtnosców, wëmëslëc i zrealizowac włôsny plan rozrzeszeniô zadania, co mù pòzwòli wëkònac pòlét abò dac òdpòwiésc na pëtanié pòstawioné w zadanim. W niechtërnëch zadaniach bãdze mùszôł przedstawic ùdokaznienié wskôzónëch zanôleżnosców.

Egzaminacyjné zadania bãdą sprôwdzałë niwiznã pòchwôceniô ùmiejãtnosców òpisónëch w pòniższich òglowëch wëmògach w programòwim spòdlim òglowégò sztôłceniô:

- rechùnkowô sprawnota
- wëzwëskanié i twòrzenié wiadła
- wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji

[1] Rozpòrządzenié Ministra Pòùczënë z dnia 28 czerwińca 2024 r. zmieniwającé rozpòrządzenié w sprawie programòwégò spòdlô przedszkòłowégò sztôłceniô a programòwégò spòdlô òglowégò sztôłceniô dlô spòdleczny szkòłë, w tim dlô ùczniów z magòwą niepełnosprôwnotą w strzëmòwnym abò znacznym stãpniu, òglowégò sztôłceniô dlô branżowi szkòłë I stãpnia, òglowégò sztôłceniô dlô specjalny szkòłë rëchtëjący do robòtë a òglowégò sztôłceniô dlô pòlicealny szkòłë (Dz.Ù. z 2024 r. pòz. 996).

- rozëmòwanié i argùmentacjô.

ÒPISËNK EGZAMINACYJNÉGÒ ARKÙSZA

Egzamin òsmëklasëstë z matematiczi dérëje 125 minut[2]. W egzaminacyjnym arkùszu bãdze òd 20 do 21 zadaniów. Wielëna zadaniów i wielëna pùnktów mòżebnëch do zwëskaniô za pòsobné ôrtë zadaniów je pòkôzónô niżi w tôflë.

Ôrt zadaniów	**Wielëna zadaniów**	**Łącznô lëczba pùnktów**	**Ùdzél w sëmaricznym wënikù**
Zamkłé	14–16	14–15	kòl 50%
Ôpen	5–6	1516	kòl 50%
RAZÃ	20–21	30	100%

W egzaminacyjnym arkùszu nôpierwi bãdą wsadzoné zamkłé zadania, a pòtemù – ôpen zadania.

ZASADË ÒCENË

Zamkłé zadania

1 pkt – pòprawnô òdpòwiésc.

0 pkt – niepòprawnô (niepełnô) òdpòwiésc abò ji felënk.

Ôpen zadania

Za pòprawny rozrzeszënk ôpen zadaniégò może dostac, zanôleżno òd jegò złożonoscë, maksymalno 2 abò 3 pùnktë. Za kòżdi pòprawny rozrzeszënk dostôwô sã maksymalną lëczbã pùnktów, nawetkã jeżlë zabédowóné mòdło rozrzeszënkù nie òstało wzãté pòd ùwôgã w reglach taksowaniô.

Òcena rozrzeszënkù òtemkłégò zadania zanôlégô òd te, jak dalek ùczéń doszedł na stegnie do całownégò rozrzeszënkù. Niżi są pòkôzóné przëkładowé mòdła pùnktowaniô rozrzeszënków ôpen zadaniów.

Mòdło pùnktowaniô rozrzeszënku zadaniégò, za jaczé może dostac nôwëżi 3 pùnktë:

3 pkt – fùl rozrzeszënk.

2 pkt – rozrzeszënk, w jaczim òstałë dobëté główné trudnoscë zadaniégò, ale rozrzeszënk nie bél prowadzony dali abò dali szedł lëchim szpùrã.

1 pkt – rozrzeszënk, w jaczim bél zrobiony wôżny pòkrok, ale nie bëłë przedërchóné nôwôżniészé trudnoscë zadaniégò.

0 pkt – rozrzeszënk błãdny abò felënk rozrzeszënkù.

[2] Dérowanié egzaminu może bëc wëdłużoné w przëtrôfkù ùczniów, chtërnyma bëło przëznóné taczé dostosowanié warënków przeprowadzeniô egzaminu, zgódno z Kòmùnikace Direktora Centralny Kòmisje Egzaminacyjny w sprawie pòdrobnëch spòsobów doszëkòwaniô warënków i fòrmów przeprowadzeniô egzaminu òsmëklasëstë w dónym szkòłowim rokù.

Mòdło pùnktowaniô rozrzeszënku zadaniégò, za jaczé mòże dostac nôwëżi 2 pùnktë:

2 pkt – fùl rozrzeszënk.

1 pkt – rozrzeszënk, w jaczim bél zrobiony wôżny pòkrok.

0 pkt – rozrzeszënk błądny abò felënk rozrzeszënkù.

2. Przëkładowé zadania z rozrzeszënkama

W *Infòrmatorze* dlô kòżdégò zadaniégò je pòdóné:

- wielëna pùnktów mòżebnëch do zwëskaniô za jegò rozrzeszënk (pò numrze zadaniégò)
- nôpierszé pòdrobné i òglowé wëmòdżi, jaczé są sprôwdzóné w tim zadanim
- regle taksowaniô rozrzeszënków zadaniów
- pòprawny rozrzeszënk kòżdégò zamkłégò zadaniégò i przëkładowé rozrzeszënczi kòżdégò ôpen zadaniégò.

Zadanié 1. (0–1)

Kasza zmerka, że zédżer na scanie w chëczach starczi w kòżdi gòdzënie spòzdzywô sã ò pòsobné 4 minutë. Czej dobrze dzejający zégark Kaszë wskôzywôł 9:00 gòdzënã, dzéwczã ùstawiło na scanowim zégrze tã samã gòdzënã. Òna przëjãła, że w kòżdi wiertel gòdzënie òpòzdzenié je to samò.

Jaką gòdzënã pòkôże – zgódno z ùdbama Kaszë – scanowi zédżer za 2 gòdzënë i 3 wiertle òd gòdzënë 9:00, żlë mdze zachòwónô dërch ta sama tendencjô spòzdzywaniô? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.

A. 11:34 **B.** 11:37 **C.** 11:41 **D.** 11:56

Òglowé wëmòdżi
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskómplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w praktycznëch leżnoscach.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË IV–VI
XII. Prakticzné òbrechùnczi. Ùczéń:
3) wëkònywô prosté òbrechùnczi zégrowé na gòdzënach, minutach i sekùndach.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
A

Zadanié 2. (0–1)

Marta zapisa w rzimsczim systemie sztërë lëczbë: CLXX, CXC, CCLXX i CCL.

Jakô z nich naléze sã na lëczbòwi òsë nôblëżi lëczbë 200? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.

A. CLXX **B.** CXC **C.** CCLXX **D.** CCL

Òglowé wëmòdżi
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskómplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w praktycznëch leżnoscach.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË IV–VI
I. Nôtëralné lëczbë w dzesątkòwim ùkładze pòzycyjnym. Ùczéń:
5) lëczbë w òbjimie do 3000 zapisóné w rzimsczim systemie przedstôwiô w dzesątkòwim systemie, a zapisóné w dzesątkòwim systemie przedstôwiô w rzimsczim systemie.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
B

Zadanié 3. (0–1)

Do trzech tëch samëch statków tëli wlelë wòdë, że w pierszim statkù wòda zajima $\frac{2}{3}$ pòjemnoscë, w drëdżim: $\frac{3}{4}$ pòjemnoscë, a w trzecym: $\frac{5}{7}$ pòjemnoscë negò statkù.

Òbszacuj prôwdzëwòtã nëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je to falsz.

W drëdżim statkù bëło mni wòdë, jak w trzecym statkù.	**P**	**F**
W pierszim i drëdżim statkù wëcmanim bëło tëli samò wòdë, jak w trzecym statkù.	**P**	**F**

Òglowé wëmòdżi
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskómplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w praktycznëch leżnoscach.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË IV–VI
IV. Zwëczajné i dzesãtné ùłómczi. Ùczéń:
12) pòrównywô ùłómczi (zwëczajné i dzesãtné)

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
FF

Zadanié 4. (0–1)

W kòżdi z dwùch tutów są 32 bómczi: 17 apfelzynowëch, 10 jabkòwëch i 5 pòtrôwnicowëch.

Dofùluj niżi zdania. Wëbierzë òdpòwiésc z westrzód òznaczonëch lëtrama A i B i òdpòwiésc z westrzód òznaczonëch lëtrama C i D.

Do pierszi tutë nót je dotëgòwac **A / B** pòtrôwnicowé bómczi, żebë wszëtczé pòtrôwnicowé bómczi, co w ni są, stanowiłë 25% wielënë wszëtczich bómków w ti tuce.

A. 3 **B.** 4

Lëczba apfelzynowëch bómków, jaczé nót je wëjąc z drëdżi tutë, żebë westrzód òstónëch w ni bómków bëło 40% apfelzynowëch je **C / D** niż 5

C. miészô **D.** wikszô

Òglowé wëmòdżi
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w praktycznym kònteksce.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË VII i VIII
V. Procentowé òbrechùnczi. Ùczéń:
5) stosëje procentowé òbrechùnczi do rozrzeszeniô problemów w praktycznym kònteksce, jak téż w przëtrôfkach dwakrotnëch pòdwëżków i òbniżków dóny wiôlgòscë.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
BD

Zadanié 5. (0–1)

Za 30 dag pistacjowëch òrzechów zapłacëlë 15,75 zł.

Òtaksuj prôwdzëwòtã pòdónëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je to falsz.

Za 40 dag tëch òrzechów przënôlégô zapłacëc 21 zł.	**P**	**F**
Priz 1 kg tëch òrzechów je równy 52,50 zł.	**P**	**F**

Òglowé wëmòdżi
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskómplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w praktycznëch leżnoscach.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË VII i VIII
VII. Prostô propòrcjonalnota. Ùczéń:
2) wëznôczô wôrtnotã przëjimóną przez wiôlgòtã wprost propòrcjonalną maklewny propòrcjonalny zanôleżnotë, np. wôrtnotã kùpionégò towaru w zanôleżnoce òd wielënë sztëk towaru.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
PP

Zadanié 6. (0–1)

Dofùluj niżi zdania. Wëbierzë òdpòwiésc z westrzód òznaczonëch lëtrama A i B i òdpòwiésc z westrzód òznaczonëch lëtrama C i D.

Wôrtnota wërażeniô $2^3 \cdot 3^2$ je równô **A / B**.

A. 36 **B.** 72

Wôrtnota wërażeniô $5^3 - 5^2$ je równô **C / D**.

C. 5 **D.** 100

Òglowé wëmòdżi
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskómplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w praktycznëch leżnoscach.

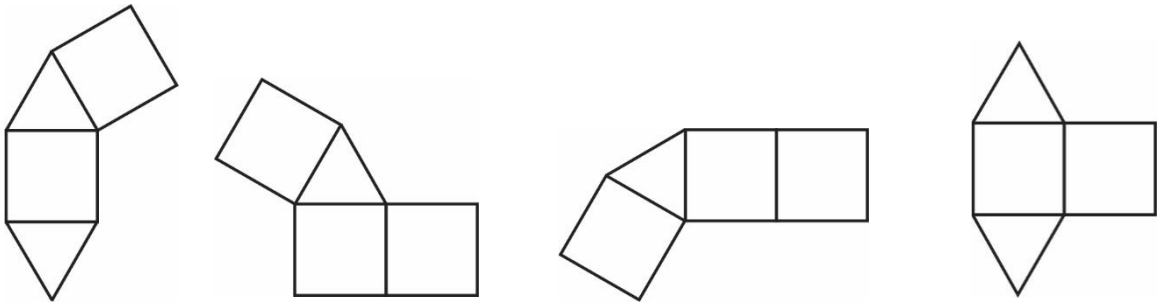
Pòdrobné wëmòdżi
KLASË IV i VI
II. Dzejania na nôtëralnëch lëczbach. Ùczéń:
8) rechùje kwadratë i szescanë nôtëralnëch lëczbów;
9) stosëje regle doticząché pòsobicë czënieniô dzejaniów.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
BD

Zadanié 7. (0–1)

Wòjk nacéchòwôł sztërë figùrë zesadzoné z kwadratów i trzënórtów równobòcznych (tak, jak to je na céchùnkù niżi). Żebë z nich dostac satkã graniastosłupa, mô so ùdbóné docéchòwac do kòżdi figùrë jeden kwadrat abò jeden trzënórt.



I II III IV

Z jaczi figùrë <u>nie dô sã</u> na nen ôrt dostac satczi graniastosłupa? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.

A. I **B.** II **C.** III **D.** IV

Òglowé wëmòdżi
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
1. Ùżiwanié prostëch, dobrze znónëch matematicznëch òbiektów, wëjôsnianié matematicznëch pòchwatów i òperowanié matematicznyma òbiektama.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË IV–VI
X. Brëłë. Ùczéń:
3) rozpòznôwô satczi prostëch graniastosłupów i òstrosłupów.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
C

Zadanié 8. (0–1)

Szmërgómë rôz symetriczną szescenną kòstkã do grë. Jaczé je prôwdopòdobieństwò, że w rzuce tą kòstką wëpadnie lëczba òczków wikszô òd 2, ale miészô òd 6? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Òglowé wëmòdżi
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w prakticznym kòntekscе.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË VII i VIII
XII. Wprowadzenié do kómbinatoriczi i rechùnkù prôwdopòdobieństwa. Ùczéń:
2) przeprowôdzô prosté kawlowé doswiôdczenia ze szmërganim mònétë, szescenną kòstką do grë, kòstką wieloscenną abò losowanim kùglë z westrzód zestôwkù kùglów, sztanëje nad tim i rechùje prôwdopòdobieństwò zdarzënków w kawlowëch doswiôdczeniach.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
B

Zadanié 9. (0–1)

Hewò je wërażenié $\frac{2^7 \cdot 2^7}{2^7 + 2^7}$.

Czë wôrtnota negò wërażeniô je lëczbą pòdzelną przez 8? Wëbierzë òdpòwiésc A abò Bi ji ùdokaznienié z westrzód 1,2 abò 3.

A.	Jo,	bò	**1.**	kòżdi z wëkładników je niepôrzëstą lëczbą.
B.	Nié,		**2.**	wëkładnik pòtãdżi 2^6 nie je pòdzelny przez 8.
			3.	wôrtnotã negò wërażeniô mòże zapisac w pòstacji $8 \cdot 2^3$.

Òglowé wëmòdżi
IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
1. Przeprowôdzanié prostégò rozëmòwaniô, pòdôwanié argùmentów ùdokôzniającëch pòprawné rozëmòwanié, rozróżnianié dokazu òd przëkładu.

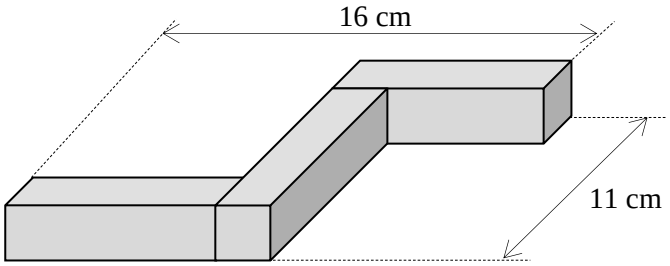
Pòdrobné wëmòdżi
KLASË VII i VIII
I. Pòtãdżi ò wëmiernëch spòdlach. Ùczéń:
2) mnoży i dzeli pòtãdżi ò wëkładnikach całownëch dodatnëch.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
A3

Zadanié 10. (0–1)

Witk mô trzë równé prostopadłoscenné klocczi. W kòżdim z nëch klocków dwie scanë są kwadratama, a pòòstałé sztërë - prostonórtama. Z tëch klocków zbùdowôł òn figùrã, co je na céchùnkù.



Òtaksuj prôwdzëwòtą pòdónëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je falsz.

Dłëgszé kańtë prostopadłoscennégò klocka mają pò 8 cm.	**P**	**F**
Òbjãtosc jednégò klocka je równô 72 cm^3.	**P**	**F**

Òglowé wëmòdżi
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË IV–VI
XI. Òbrechùnk w geòmetrii. Ùczéń:
5) rechùje òbjãtosc i pòle wiéchrzëznë prostopadłoscanu przë dónëch dłużawach kańtów.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
PP

Zadanié 11. (0–1)

Pòwstôł napitk jak rozpùscëlë 450 ml sokù z wòdą w stosënkù 1 : 10.

Wiele dostelë napitkù? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.

A. Wicy jak 4 litrë, ale mni jak 4,5 litra.
B. Akùrôtno 4,5 litra.
C. Wicy jak 4,5 litra, ale mni jak 5 litrów.
D. Akùrôtno 5 litrów.
E. Wicy jak 5 litrów.

Òglowé wëmòdżi
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
1. Ùżiwanié prostëch, dobrze znónëch matematicznëch òbiektów, wëjôsnianié matematicznëch pòchwatów i òperowanié matematicznyma òbiektama.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË VII i VIII
VII. Propòrcjonalnota prostô. Ùczéń:
2) wëznôczô wôrtnotã przëjimóną przez wiôlgòtã wprost propòrcjonalną maklewny propòrcjonalny zanôleżnotë, np. wôrtnotã kùpionégò towaru w zanôleżnoce òd wielënë sztëk towaru.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
C

Zadanié 12. (0–1)

Dóné są trzë wërażenia:
$F = x - (2x + 5)$, $G = 6 - (-3x + 2)$, $H = 5 - (2x + 4)$.

Skùńczë zdanié. Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.

Dlô kòżdi wôrtnotë x prawdzëwô je równosc

A. $F + G = H$
B. $F + H = G$
C. $G + H = F$
D. $F + G + H = 0$

Òglowé wëmòdżi
III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
1. Ùżiwanié prostëch, dobrze znónëch matematicznëch òbiektów, wëjôsnianié matematicznëch pòchwatów i òperowanié matematicznyma òbiektama.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË VII i VIII
IV. Przesztôłcanié algebrajicznëch wërażeniów. Algebrajiczné sëmë i dzejania na nich. Ùczéń:
2) dodôwô i òdjimô algebrajiczné sëmë, przë tim robi redukcjã szlachùjącëch do se wërazów.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
D

Zadanié 13. (0–1)

Zapisónô je sëma 16 jiwernëch skłôdników:

$$\underbrace{2+2+2+\ldots+2}_{\text{16 skłôdników}}$$

Skùńczë zdanié. Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.

Wôrtnota ti sëmë je równô

A. 2^4 **B.** 2^5 **C.** 2^8 **D.** 2^{16}

Òglowé wëmòdżi
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

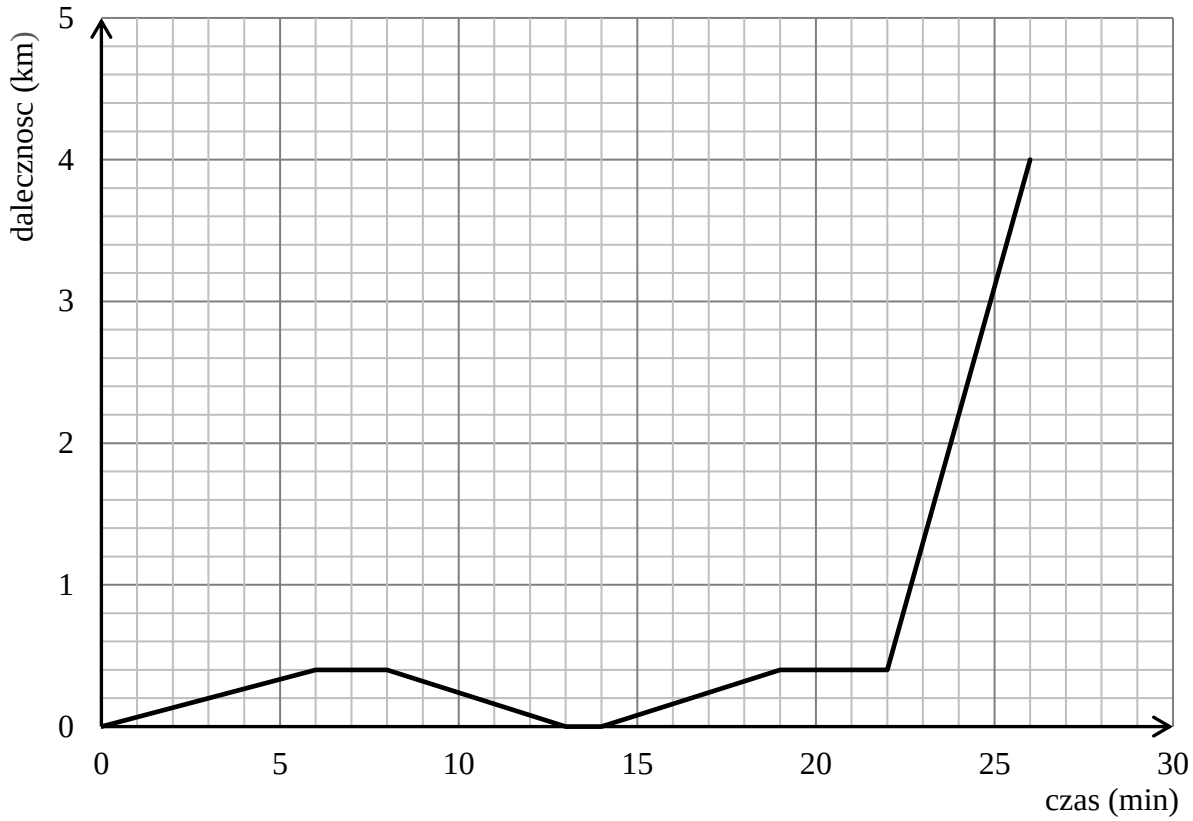
Pòdrobné wëmòdżi
KLASË VII i VIII
I. Pòtãdżi ò wëmiernëch spòdlach. Ùczéń:
1) zapisywô iloczin jiwernëch czinników w pòstacji pòtãdżi ò całownym dodatnym wëkładnikù.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
B

Wiadła do zadaniów 14. i 15.

Mateùsz mieszkô 4 km òd szkòłë. Dzél drodżi jidze piechti na aùtobùsowi przëstónk. Tam żdaje na aùtobùs, a pòtemù wlôżô do nie i jedze do szkòłë. Rôz, jak béł na przëstónkù, zmerkôł, że zabôcził heft, tej wrócył pò niegò dodóm. Wëkres pòkôzywô, jak tegò dnia zmieniwała sã dłużawa drodżi Mateùsza dodóm w zanôleżnoscë òd czasu.



Zadanié 14. (0–1)

Skùńczë zdanié. Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.

Òd sztótu, jak Mateùsz nawrócył z przëstónkù dodóm, do sztótu, jak nazôd przëszedł na przëstónk, minãło

A. 11 minut. **B.** 13 minut. **C.** 14 minut. **D.** 16 minut.

Òglowé wëmòdżi
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË VII i VIII
XIII. Òdczëtiwanié dónëch i dzélëczi òpisowi statisticzi. Ùczéń:
1) wëjôsniô dóné przedstawioné za pòmòcą tôbelków, słupkòwëch i kòłowëch diagramów, wëkresów, w tim téż wëkresów w ùkładze współrzãdnëch.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
A

Zadanié 15. (0–1)

Òtaksuj prôwdzëwòtã pòdónëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je to falsz.

Bùdink Mateùsza je 400 m dalek òd aùtobùsowégò przëstónkù.	**P**	**F**
Aùtobùs jachôł z chùtkòscą $54\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.	**P**	**F**

Òglowé wëmòdżi
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË IV i VI
XII. Prakticzné òbrechùnczi. Ùczéń:
1) w prakticzny stojiznie òbliczô: drogã przë dóny chùtkòscë i czasu, chùtkòsc przë dóny drodze i czasu, czas przë dóny drodze i chùtkòscë a ùżiwô jednostczi chùtkòscë km/h i m/s.

KLASË VII i VIII
XIII. Òdczëtiwanié dónëch i dzélëczi òpisowi statisticzi. Ùczéń:
1) wëjôsniô dóné przedstawioné za pòmòcą tôbelków, słupkòwëch i kòłowëch diagramów, wëkresów, w tim téż wëkresów w ùkładze współrzãdnëch.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
PP

Zadanié 16. (0–1)

Dóné są sztërë lëczbë: $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$, $-\sqrt{10}$, $-\sqrt{18}$. Sëma trzech z westrzód nich je równô 0.

Jaką lëczbã przënôlégô òdrzëcëc, żebë sëma tëch lëczbów, co òstałë, bãdze równô 0? Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.

A. $\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{8}$ **C.** $-\sqrt{10}$ **D.** $-\sqrt{18}$

Òglowé wëmòdżi
I. Rechùnkòwô sprawnota.
1. Wëkònywanié nieskómplikòwónëch òbrechùnków w pamiãcë abò pisemno i wëzwëskanié tëch ùmiejãtnosców w praktycznëch leżnoscach.

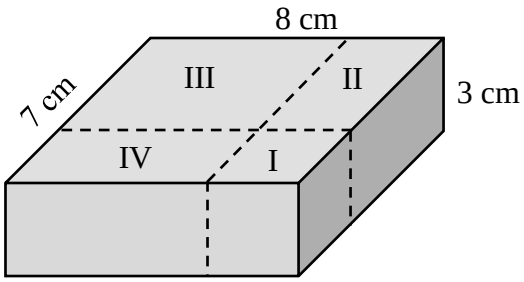
Pòdrobné wëmòdżi
KLASË VII i VIII
II. Pierwiastczi. Ùczéń:
2) szacëje wiôlgòtã dónégò kwadratowégò abò szescennégò pierwiastka i aritmeticznégò wërażeniô zawiérającégò pierwiastczi.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
C

Zadanié 17. (0–1)

Na céchùnkù je widzec prostopadłoscenny klock ò wëmiarach 8 cm, 7 cm i 3 cm i szëk, w jaczi je rozcãti na sztërë dzéle: szescan (I) i trzë prostopadłoscanë (II, III, IV).



Skùńczë zdanié. Wëbierzë bëlną òdpòwiésc z westrzód pòdónëch.

Òbjãtosc prostopadłoscanu II je równô

A. 27 cm^3 **B.** 36 cm^3 **C.** 45 cm^3 **D.** 60 cm^3

Òglowé wëmòdżi
IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
3. Dobiéranié strategii, co wëchôdô z trescë zdaniégò, twòrzenié strategii rozrzeszeniô sprawë, téż w rozrzeszënkach wieleetapòwëch i w taczich, przë jaczich nót je miec ùmiejãtnosc parłãczeniô wiédzë z rozmajitëch dzélów matematiczi.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË IV–VI
XI. Òbrechùnczi w geòmetrii. Ùczéń:
5) rechùje òbjãtosc i pòle wiéchrzëznë prostopadłoscanu przë dónëch dłużawach kańtów.

Regle taksowaniô
1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk
B

Zadanié 18. (0–1)

Na widzawiszcze mógł dostac normalné bilietë w jiwernym prizu i ùlgòwé bilietë, z jaczich kòżdi kòsztôł ò 50% mni jak normalny. Wastnô Ana za 3 normalné bilietë i 2 ùlgòwé bilietë zapłacëła 120 złotëch. Na to samò widzawiszcze wasta Jack kùpił 2 normalné bilietë i 3 ùlgòwé, a wasta Mark kùpił 2 normalné bilietë i 1 ùlgòwi.

Dofùluj niżi zdania. Wëbierzë òdpòwiésc westrzód òznaczonëch lëtrama A i B, a téż òdpòwiésc z westrzód òznaczonëch lëtrama C i D.

Wasta Jack zapłacył za bilietë **A** / **B**. **A.** 120 zł **B.** 105 zł

Wastnô Ana zapłacëła za bilietë ò **C** / **D** wicy jak wasta Mark. **C.** 45 zł **D.** 30 zł

Òglowé wëmòdżi

III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.

2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w prakticznym kònteksce.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË VII i VIII

VI. Równania z jedną nieznóną. Ùczéń:

4) rozrzesziwô tekstowé zadania za pòmòcą równaniów pierszégò stãpnia z jedną nieznóną, w tim téż z procentowima òbrechùnkama.

Regle taksowaniô

1 pkt – dobrô òdpòwiésc.

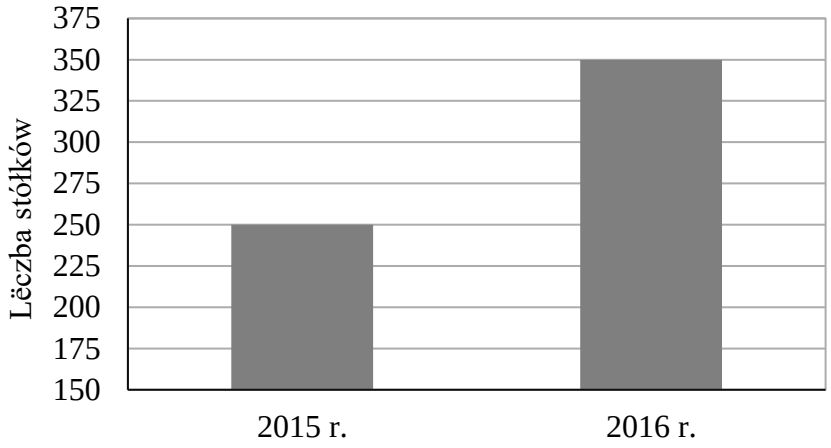
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk

BC

Zadanié 19. (0–1)

Na diagramie je widzec wiôlgòtã produkcji stółków w firmie *Mebelix* w 2015 r. i 2016 r.



Czë lëczba wëprodukòwónëch stółków w rokù 2016 bëła ò 100% wikszò òd lëczbë wëprodukowónëch stółków w rokù 2015? Wëbierzë òdpòwiésc A abò B i ji ùdokaznienié z westrzód 1,, 2 abò 3.

A	Jo,	Bò	**1.**	drëdżi słupk na wëkresu je 2 razë wikszi òd pierszégò.
B	Nié,		**2.**	Lëczba stółków wëprodukòwónëch w 2016 rokù je ò 40% wikszô jak lëczba stółków wëprodukòwónëch w 2015 rokù.
			3.	w 2016 rokù wëprodukòwelë ò 100 stółków wicy jak w 2015 rokù.

Òglowé wëmòdżi

IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.

1. Przeprowôdzanié prostégò rozëmòwaniô, pòdôwanié argùmentów ùdokôzniającëch pòprawné rozëmòwanié, rozróżnianié dokazu òd przëkładu.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË VII i VIII

V. Procentowé òbrechùnczi. Ùczéń:

5) dobiérô procentowé òbrechùnczi do rozrzeszeniô sprawów w prakticznym kònteksce, téż w przëtrôfkach dwakrotnëch pòdwiżków abò òbniżków dóny wiôlgòtë.

XIII. Òdczëtiwanié dónëch i dzélëczi òpisowi statisticzi. Ùczéń:

1) wëjôsniô dóné przedstawioné za pòmòcą tôbelków, słupkòwëch i kòłowëch diagramów, wëkresów, w tim téż wëkresów w ùkładze współrzãdnëch.

Regle taksowaniô

1 pkt – dobrô òdpòwiésc.

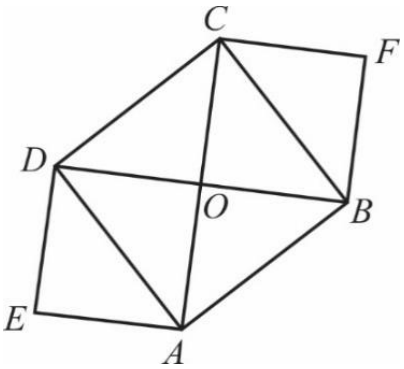
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk

B2

Zadanié 20. (0–1)

Na céchùnkù są przedstawioné kwadratë *ABCD*, *EAOD* i *BFCO*. Pùnkt O je pùnktã przecãcégò przekątnëch kwadratu *ABCD*.



Òtaksuj prôwdzëwòtã pòdónëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je falsz.

Pòle kwadratu *ABCD* je równé sëmie pòlów kwadratów *EAOD* i *BFCO*.	**P**	**F**
Òbwód kwadratu *ABCD* je równy sëmie dłużawów wszëtczich przekątnëch kwadratów *EAOD* i *BFCO*.	**P**	**F**

Òglowé wëmòdżi

II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.

1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË IV–VI

IX. Wielenórtë, kòła i òkrãdżi. Ùczéń:

5) znaje nôwôżniészé znanczi kwadratu, prostonórta, rombù, równoległobòkù i trapezu, rozpòznôwô figùrë òsowòsymetriczné i wskôzywô òse symetrii figùrów.

Regle taksowaniô

1 pkt – dobrô òdpòwiésc.

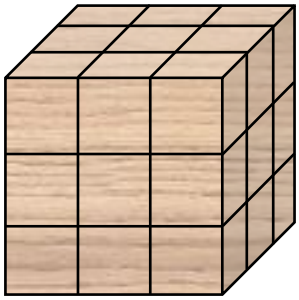
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk

PP

Zadanié 21. (0–1)

Drzéwianą szescenną kòstkã ò kańce dłużawë 30 cm rozcãlë na 27 jiwernëch miészich szescennëch kòstków. Z òsmë taczich môłëch kòstków ùłożëlë nowi szescan.



Òtaksuj prôwdzëwòtã pòdónëch zdaniów. Wëbierzë P, żlë zdanié je prôwdzëwé, abò F – żlë je to falsz.

Pòle wiéchrzëznë nowégò szescanu je równé 4800 cm^2.	**P**	**F**
Òbjãtosc nowégò szescanu je równô 8000 cm^3.	**P**	**F**

Òglowé wëmòdżi

II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.

1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË IV–VI

XI. Òbrechùnczi w geòmetrii. Ùczéń:

6) rechùje òbjãtosc i pòle wiéchrzëznë prostopadłoscanu przë dónëch dłużawach kańtów.

Regle taksowaniô

1 pkt – dobrô òdpòwiésc.

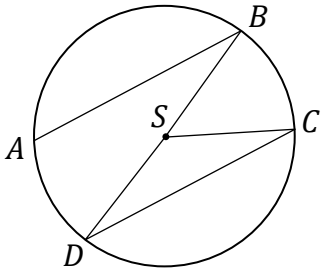
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozrzeszënk

FP

Zadanié 22. (0–1)

Na òkrãgù ze strzódkã w pùnkce S òstałë nacéchòwóné pùnktë A, B, C, D, a pòsobno nacéchòwóné òstałë òdcynczi AB, BD, DC a téż CS (òbaczë céchùnk).



Dofùluj zdania niżi. Wëbierzë òdpòwiésc strzód òznaczonëch lëtrama A i B a òdpòwiésc strzód òznaczonëch lëtrama C i D.

Trzënórt DCS | **A** | **B** | je równoremienny.

A. je

B. nie je

Dłużawa òdcynka DB je równô | **C** | **D** |

C. sëmie dłużawë òdcynków DS i CS

D. dłużawie òdcynka AB

Òglowé wëmòdżi

III. Wëzwëskanié i tłómaczënk przedstôwstwa.
1. Ùżiwanié prostëch, bëlno znónëch matematicznëch òbiektów, interpretowanié matematicznëch pòchwatów i ùżiwanié matematicznëch òbiektów.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË IV–VI

IX. Wielenórtë, kòła i òkrãdżi. Ùczéń:
1) rozpòznôwô i pòzéwô òstronórtné trzënórtë, prostonórtné, rozwiartonórtné, równobòczné i równoremienné;
6) wskôzywô na céchùnkù cãcëwã, strzédnicã a parmiéń kòła i òkrãgù.

Regle taksowaniô

1 pkt – dobrô òdpòwiésc.
0 pkt – lëchô òdpòwiésc, niepełnô abò felënk òdpòwiescë.

Rozwiązanie

AC

Zadanié 23. (0–2)

Ùdokaznij, że pierszi dzéń séwnika i pierszi dzéń gòdnika te samégò rokù wëpôdają w nym samim dniu tidzenia.

Òglowé wëmòdżi

IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
2. Zmerkanié regùlarnotë, szlachòtë a analogii i ùsadzenié wniosków na jich spòdlim.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË IV–VI
XII. Òbrechùnczi prakticzné. Ùczéń:
4) wëkònywô prosté òbrechùnczi kalãdôrzowé na dniach, tidzeniach, miesądzach, latach.

Regle taksowaniô

2 pkt – fùl rozrzeszënk: ùsadzenié pòprawnégò ùzasadnieniô, co pierszi séwnika i pierszi gòdnika tegò samégò rokù trôfiają w tim jistnym dniu tidzenia.

1 pkt – zapisanié, że òd 1 séwnika do 1 gòdnika mijô 91 dni,
abò
zapisanié, że 1 gòdnika trôfiô w nym jistnym dniu tidzenia, co 1 séwnika.

0 pkt – rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

Pierszi ôrt

séwnik	30 dni
rujan	31 dni
lëstopadnik	30 dni
Razã:	91 dni

91 : 7 = 13

òd 1 séwnika do 1 gòdnika mijô akùrôtno 13 tidzeni, tej 1 séwnika trôfiô w nym jistnym dniu tidzenia, co 1 gòdnika.

Drëdżi ôrt

Wezmë na to, że 1 séwnika trôfiô w pòniedzôłk, tej pòsobné pòniedzôłczi to: 8, 15, 22 i 29 séwnika, 6, 13, 20 i 27 rujana, 3, 10, 17, 24 lëstopadnika, në i 1 gòdnika. Stąd je wiedzec, że 1 séwnika i 1 gòdnika trôfiają w nym jistnym dniu tidzenia. Jiwerno je, czej 1 séwnika trôfiô we wtórk, we strzodã itd. – wiedno 1 gòdnika trôfiô w nym jistnym dniu tidzenia, co 1 séwnika.

Zadanié 24. (0–3)

W tôblëcë są wëbróné wiadła na témat dwùch zortów harbatów, jaczé pije rodzëzna Nowaków.

Ôrt òpakùnkù	Zamkłosc pakùnkù	Priz pakùnkù	Wielëna harbatë brëkòwnô do zaparzeniô jedny tasczi wëwaru
harbata w tutkach	50 tutków	8,50 zł	1 tutka
sëpnô harbata	50 g	5,00 zł	2 g

Rodzëzna ta dzénno wëpijô strzédno 12 tasków harbatë i mô so ùdbóné kùpic mòżlëwie nômni pakùnków harbatë jednégò ôrtu, żebë sygło ji na 30 dni. Òbrechùj kòszt kùpiszu sëpny harbatë i kòszt kùpiszu harbatë w tutkach. Zapiszë òbrechùnczi.

Òglowé wëmòdżi

III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.

2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w prakticznym kòntekscе.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË IV–VI

XIV. Zadania tekstowé. Ùczéń:

5) do rozrzeszeniô zadaniów òsadzonëch w prakticznym kòntekscе stosëje pòznóną wiédzã z òbjimù aritmeticzi i geòmetrii, a téż nabëté rechùnkòwé ùmiejãtnoscë i włôsné bëlné szëczi na to.

Regle taksowaniô

3 pkt – fùl rozrzeszënk: pòprawny ôrt òbrechùnkù kòsztu kùpiszu dwùch zortów harbatów na 30 dni, prawidłowé òbrechùnczi a prawidłowi lëczbòwi wënik (harbata w tutkach: 68 zł, sëpnô harbata: 75 zł)

2 pkt – przedstawienié bëlnégò mòdła òbrechùnkù kòsztu kùpiszu òbù ôrtów harbatë na 30 dni abò
òbrechùnk kòsztu kùpiszu harbatë w tutkach na 30 dni (68 zł),
abò
òbrechùnk kòsztu kùpiszu harbatë sëpczi na 30 dni (75 zł).

1 pkt – przedstawienié bëlnégò mòdła òbrechùnkù wielënë pakùnków jednégò zortu harbatë na 30 dni.

0 pkt – błãdny rozrzeszënk, abò jegò felënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

Pierszi ôrt

Familiô Nowaków wëpijô strzédno 12 topków harbatë.

Do zrëchtowaniô jednégò topka brëkòwnô je jedna tutka harbatë.

Chcemë pòrechòwac, kùli tutków harbatë je brëkòwné na 30 dniów:

1 dzéń — 12 tutków
30 dni — 360 tutków

W jednym òpakòwanim je 50 tutków harbatë. Chcemë pòrechòwac, kùli òpakòwaniów harbatë w tutkach je nót kùpic:

360 : 50 = 7,2

Nót je kùpic 8 pakùnków harbatë. Chcemë pòrechòwac, kùli mdze kòsztac 8 òpakòwaniów harbatë:

8 · 8,50 zł = 68 zł

Do zrobieniô jednégò topka je nót 2 g sëpny harbatë. Chcemë pòrechòwac, kùli gramów sëpny harbatë mdze nót na 30 dni:

1 dzéń — 12 · 2 g = 24 g

30 dni — 30 · 24 g = 720 g

W 1 òpakòwanim je 50 g sëpny harbatë. Chcemë pòrechòwac, kùli òpakòwaniów sëpny harbatë je nót kùpiac:

720 : 50 = 14 néga 20

Nót je kùpic 15 òpakòwaniów sëpny harbatë. Chcemë pòrechòwac, kùli mdze kòsztac 15 òpakòwaniów ti harbatë:

15 · 5 zł = 75 zł

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za harbatã sëpną 75 zł.

Drëdżi ôrt

Harbata w tutkach:

12 tutków harbatë sygnie na 1 dzéń

1 òpakòwanié to je 50 tutków – sygnie na 4 dni i òstóną jesz 2 tutczi

6 · 4 dni = 24 dni i 6 · 2 tutczi = 12 tutków (1 dzéń)

Na 25 dni nót je kùpic 6 òpakòwaniów.

Na pòsobné 5 dni nót są jesz 2 òpakòwania.

Na 30 dni nót je kùpic 8 òpakòwaniów.

8 · 8,50 zł = 68 zł

Sëpnô harbata:

1 dzéń — 12 · 2 g = 24 g

1 òpakòwanié òbjimô 50 g, co sygnie na 2 dni i jesz òstają 2 gramë

15 òpakòwaniów— 30 dni i jesz òstôwô 30 g

14 òpakòwaniów — 29 dni i 4 g

Felëje 10 g, tej nót je kùpic 15 òpakòwaniów.

15 · 5 zł = 75 zł

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za sëpną harbatã 75 zł.

Trzecy ôrt

Harbata w tutkach:

1 dzéń — 12 tutków

30 dni — 360 tutków

360 : 50 = 7 néga 10

Na 30 dni nót je tej kùpic 8 òpakòwaniów.

8 · 8,50 zł = 68 zł

Sëpnô harbata:

1 dzéń — 12 harbatów

30 dni — 360 harbatów
1 dzéń — 12 · 2 g = 24 g
50 g : 2 = 25 g — jedno òpakòwanié sëpny harbatë sygnie na 25 harbatów
360 : 25 = 14 néga 10
Nót je kùpic 15 òpakòwaniów.
15 · 5 zł = 75 zł

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za sëpną harbatã 75 zł.

Czwiôrti ôrt

Harbata w tutkach:

12 tutków nót je na 1 dzéń
30 · 12 = 360 — lëczba tutków harbatë brëkòwny na 30 dni
1 pakùnk òbjimô 50 tutków harbatë
7 · 50 = 350 tutków harbatë — za mało na 30 dni
8 · 50 = 400 tutków harbatë — sygnie na 30 dni
Nót je kùpic 8 òpakòwaniów ti harbatë.
8 · 8,50 zł = 68 zł

Sëpnô harbata:

1 dzéń — 12 · 2 g = 24 g
30 · 24 g = 720 g — lëczba gramów harbatë brëkòwnô na 30 dni
14 · 50 = 700 g — za mało na 30 dni
15 · 50 = 750 g — sygnie na 30 dni
Nót je kùpic 15 òpakòwaniów ti harbatë.
15 · 5 zł = 75 zł

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za harbatã sëpną 75 zł.

Piąti ôrt

Harbata w tutkach:

$8{,}50 : 50 = 0{,}17$ zł/1 tutkã
$0{,}17 \cdot 30 \cdot 12 = 61{,}20$ (zł)
$61{,}20 : 8{,}50 = 7{,}2$
Na 30 dni je nót kùpic 8 òpakòwaniów.
$8 \cdot 8{,}50 = 68$ (zł)

Sëpnô harbata:

$5 : 50 = 0{,}10$ zł/1 g
$0{,}10 \cdot 30 \cdot 12 \cdot 2 = 72$ (zł)
$72 : 5 = 14{,}4$
Na 30 dni je nót kùpic 15 òpakòwaniów.
$15 \cdot 5$ zł $= 75$ (zł)

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za sëpną harbatã 75 zł.

Szósti ôrt

Harbata w tutkach:

na 1 dzéń je nót 12 tutków, tej na 30 dni sygô 360 tutków

$360 - 50 = 310$ — 1. òpakowanié
$310 - 50 = 260$ — 2. òpakowanié
$260 - 50 = 210$ — 3. òpakowanié
$210 - 50 = 160$ — 4. òpakowanié
$160 - 50 = 110$ — 5. òpakowanié
$110 - 50 = 60$ — 6. òpakowanié
$60 - 50 = 10$ — 7. òpakowanié
10 — 8. òpakowanié
$8 \cdot 8{,}50 = 68$ (zł)

Sëpnô harbata:
na 1 dzéń je nót $12 \cdot 2\ \text{g} = 24\ \text{g}$, tej na 30 dni: $30 \cdot 24\ \text{g} = 720\ \text{g}$

$720 - 50 = 670$ — 1. òpakowanié
$670 - 50 = 620$ — 2. òpakowanié
$620 - 50 = 570$ — 3. òpakowanié
$570 - 50 = 520$ — 4. òpakowanié
$520 - 50 = 470$ — 5. òpakowanié
$470 - 50 = 420$ — 6. òpakowanié
$420 - 50 = 370$ — 7. òpakowanié
$370 - 50 = 320$ — 8. òpakowanié
$320 - 50 = 270$ — 9. òpakowanié
$270 - 50 = 220$ — 10. òpakowanié
$220 - 50 = 170$ — 11. òpakowanié
$170 - 50 = 120$ — 12. òpakowanié
$120 - 50 = 70$ — 13. òpakowanié
$70 - 50 = 20$ — 14. òpakowanié
20 — 15. òpakowanié
$15 \cdot 5\ zł = 75$ (zł)

Òdpòwiésc: Za harbatã w tutkach nót je zapłacëc 68 zł, a za sëpną harbatã 75 zł.

Zadanié 25. (0–3)

W ùkładze współrzãdnëch na plaskacëznie są dóné pùnktë: *K* = (–2, 8) i *M* = (4, 6). Òbrechùj współrzãdné pùnktu *P* taczégò, że jeden z trzech pùnktów *P, K, M* je westrzódkã òdcynka ò kùńcach w dwùch pòòstałëch pùnktach. Zapiszë wszëtczé możnoscë.

Òglowé wëmòdżi

IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.

3. Dobiéranié strategii, co wëchôdô z trescë zdaniégò, twòrzenié strategii rozrzeszeniô sprawë, téż w wieleetapòwëch rozrzeszënkach i w taczich, przë jaczich nót je miec ùmiejãtnosc parłączeniô wiédzë z rozmajitëch dzélów matematiczi.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË VII i VIII

X. Lëczbòwô òs. Ùkłôd współrzãdnëch na plaskacëznie. Ùczéń:

4) nalôżô westrzódk òdcynka, chtërnégò kùńce mają dóné współrzãdné (całowné abò wëmierné) i nalôżô współrzãdné drëdżégò kùńca òdcynka, czej dóné są jeden kùńc i westrzódk.

Regle taksowaniô

3 pkt – fùl rozrzeszënk; rozwôżenié wszëtczich możnosców pòłożeniô pùnktu P, bëlny rozrzeszënk a bëlné lëczbòwé wëniczi $(1, 7)$, $(-8, 10)$, $(10, 4)$.

2 pkt – rozwôżenié wszëtczich możnosców pòłożeniô pùnktu *P* i przedstawienié bëlnégò szëkù wëznaczeniô jich wszëtczich możebnëch współrzãdnëch (x, y) tego pùnktu *ABÒ*
rozwôżenié **dwùch** możebnotów pòłożeniô pùnktu *P* ***a*** pòprawny ôrt wëznaczeniô możebnëch współrzãdnëch (x, y) tegò pùnktu ***a*** prawidłowé lëczbòwé wëniczi:
$(1, 7)$; $(-8, 10)$ abò $(1, 7)$; $(10, 4)$ abò $(-8, 10)$; $(10, 4)$.

1 pkt – rozwôżenié jedny z możnosców pòłożeniô pùnktu *P* i przedstawienié bëlnégò szëkù wëznaczeniô współrzãdnëch (x, y) tegò pùnktu.

0 pkt – rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowi fùl rozrzeszënk

Są trzë możnoscë pòłożeniô pùnktów *P*, *K* i *M*.

- Pùnkt $P = (x, y)$ je westrzódkã òdcynka *KM* .

$$x = \frac{-2+4}{2} = 1 \qquad y = \frac{8+6}{2} = 7 \qquad P = (1,7)$$

- Pùnkt *K* je westrzódkã òdcynka *PM*, dze $P = (x, y)$.

$$-2 = \frac{x+4}{2} \qquad 8 = \frac{y+6}{2}$$
$$x + 4 = -4 \qquad y + 6 = 16$$
$$x = -8 \qquad y = 10 \qquad P = (-8,10)$$

- Pùnkt *M* je westrzódkã òdcynka *PK*, dze $P = (x, y)$.

$$4 = \frac{x-2}{2} \qquad 6 = \frac{y+8}{2}$$
$$x - 2 = 8 \qquad y + 8 = 12$$

$x = 10$ $y = 4$ $P = (10, 4)$

Òdpòwiésc: Pùnkt *P* mòże miec współrzãdné $(1, 7)$, $(-8, 10)$ abò $(10, 4)$.

Zadanié 26. (0–2)

W tôbelce są przedstawioné prizë kùpiszu i sprzedôżë dwùch ôrtów dëtków w kantórze *Pik*.

	Kùpisz	Sprzedôż
1 dolôr	4,18 zł	4,25 zł
1 britijsczi fùńt	5,10 zł	5,22 zł

Môrcën chce wëtuszowac 400 fùńtów britijsczich na dolarë. W tim célu mùszi nôpierwi wëtuszowac fùńtë na złotówczi, a tej – ne złotówczi na dolarë. Kùli dolarów dostónie Môrcën, żlë tusze dëtków zrobi w kantorze *Pik*? Zapiszë òbrechùnczi.

Òglowé wëmòdżi
II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË IV–VI
XIV. Zadania tekstowé. Ùczéń:
5) do rozrzeszeniô zadaniów òsadzonëch w prakticznym kònteksce stosëje pòznóną wiédzã z òbjimù aritmeticzi i geòmetrii, a téż nabëté rechùnkòwé ùmiejãtnoscë i włôsné bëlné szëczi na to.

Regle taksowaniô
2 pkt – fùl rozrzeszënk: pòprawny ôrt òbrechùnkù dëtków (w dolarach), jaczé Môrcën dostónie w kantorze Pik, prawidłowé òbrechùnczi a prawidłowi lëczbòwi wënik (480).

1 pkt – przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnków kwòtë (w złotëch), za jaką kantór kùpił 400 fùńtów britijsczich,
abò
przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnków kwòtë (w dolarach), jaką Môrcën dostónie za 1 fùńt britijsczi.

0 pkt – rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

Pierszi ôrt

Chcemë pòrechòwac, kùli złotëch dostónie Môrcën za 400 fùńtów britijsczich:

$$400 \cdot 5{,}10 = 2040 \text{ (zł)}$$

Chcemë pòrechòwac, kùli dolarów dostónie Môrcën za 2040 złotëch:

$$2040 : 4{,}25 = 480$$

Òdpòwiésc: Za 400 fùńtów britijsczich Môrcën dostónie 480 dolarów.

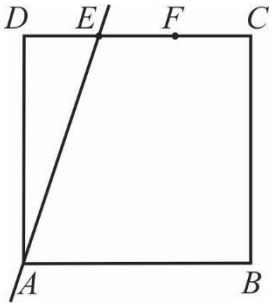
Drëdżi ôrt

Kantór kùpiwô òd Môrcëna 1 fùńt britijsczi za 5,10 zł, a sprzedôwô mù dolarë kòżdi pò 4,25 zł. Chcemë pòrechòwac, kùli dolarów dostónie Môrcën za jednégò fùńta:
5,10 : 4,25 = 1,2
Za kòżdégò fùńta Môrcën dostôwô 1,2 dolara.
Chcemë pòrechòwac, kùli dolarów dostónie Môrcën za 480 fùńtów:
$400 \cdot 1,20 = 480$

Òdpòwiésc: Za 400 fùńtów britijsczich Môrcën dostónie 480 dolarów.

Zadanié 27. (0–2)

Bòk *CD* kwadratu *ABCD* pòdzelony òstôł pùnktama *E* i *F* na trzë òdcynczi równy dłużawë. Przez szpëc *A* kwadratu i przez pùnkt *E* pòprowadzonô òsta prostô (òbaczë céchùnk). Pòle trzënórta *AED* wënôszô 24 cm^2.



Òbrechùj pòle kwadratu *ABCD*. Zapiszë òbrechùnczi.

Òglowé wëmòdżi
IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
2. Zmerkanié regùlarnotë, szlachòtë a analogii i ùsadzenié wniosków na jich spòdlim.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË IV–VI
XI. Òbrechùnczi w geòmetrii. Ùczéń:
2) rechùje pòla: trzënórta, kwadratu, prostonórta, rombù, równoległobòkù, trapezu, przedstawionëch na céchùnkù i w praktycznëch stojiznach, w tim téż dlô dónëch brëkùjącëch wëtuszowaniô jednostków.

Regle taksowaniô
2 pkt – fùl rozrzeszënk: pòprawny ôrt òbrechùnkù pòla kwadratu ABCD, prawidłowi òbrechùnk a prawidłowi lëczbòwi wënik zgódny z zastosowóną jednostką 144 cm^2).

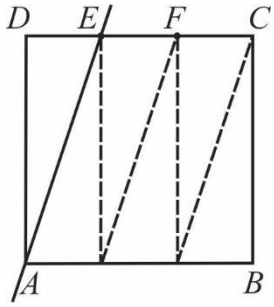
1 pkt – zapisanié, że pòle kwadratu je 6 razy wikszé òd pòla trzënórta *AED*,
abò
zapisanié , że pòle pòłowë kwadratu je 3 razë wikszé òd pòla trzënórta *AED*,
abò
òbrechùnczi dłużawë jedny z przëprostonórtnëch trzënórta *AED*.

0 pkt – rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

Pierszi ôrt

Chcemë zmerkac, że kwadrat *ABCD* mòże pòdzelëc na 6 trzënórtów przëstôwającëch do trzënórta *AED*.



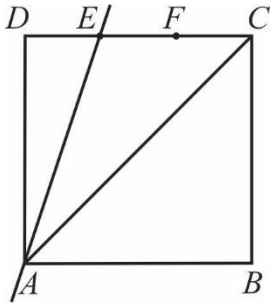
Chcemë òbrechòwac pòle kwadratu $ABCD$:

$P = 6 \cdot 24 = 144$ (cm^2)

Òdpòwiésc: Pòle kwadratu *ABCD* je równé 144 cm^2.

Drëdżi ôrt

Chcemë zmerkac, że trzënórt *AED* mô pòle 3 razë miészé òd pòla pòłowë kwadratu. Je tej 6 razy miészi òd pòla kwadratu *ABCD*.



$P = 6 \cdot 24 = 144$ (cm^2)

Òdpòwiésc: Pòle kwadratu *ABCD* je równé 144 cm^2.

Trzecy ôrt

Òznaczmë dłużawã bòkù *DE* trzënórta jakno *a*. Tej bòk *DA* trzënórta mô dłużawã 3*a*. Zapiszemë i rozrzeszimë równanié kòrzëstającë ze wzoru na pòle trzënórta:

$24 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a$

$3a^2 = 48$

$a = 4$

$3a = 3 \cdot 4 = 12$

$P = 6 \cdot 24 = 144$ (cm^2)

Òdpòwiésc: Pòle kwadratu *ABCD* je równé 144 cm^2.

IV ôrt

Chcemë òznaczëc dłużawã bòkù AD trzënórtu jakno x. Tej bòk DE trzënórtu mô dłużawã $\frac{1}{3}x$.

Zapiszemë i rozrzeszimë równanié, kòrzëstającë ze wzoru na pòle trzënórtu:

$$24 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}x \cdot x$$

$$\frac{1}{6}x^2 = 24$$

$$x = 12$$

$$P = 12^2 = 144 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Òdpòwiésc: Pòle kwadratu $ABCD$ je równé 144 cm^2.

Zadanié 28. (0–2)

W pierszim zbiérnikù bëło sztërëkrotno wicy litrów wòdë jak w drëdżim. Bëło wlóné pò 6 litrów wòdë do kòżdégò z nich. Terô w pierszim je dwa razë wicy wòdë jak w drëdżim. Òbrechùj, kùli wòdë je terô w òbù zbiérnikach wëcmanim? Zapiszë òbrechùnczi.

Òglowé wëmòdżi

III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.
2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w prakticznym kònteksce.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË VII i VIII
VI. Równania z jedną nieznóną. Ùczéń:
4) rozrzesziwô tekstowé zadania za pòmòcą równaniów pierszégò stãpnia z jedną nieznóną, w tim téż z procentowima òbrechùnkama.

Regle taksowaniô

2 pkt – fùl rozrzeszënk: przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnkù wielënë wòdë wëcmanim w òbù zbiérnikach, bëlny òbrechùnk a prawidłowi lëczbòwi wënik zgódny z zastosowóną jednostką (27 litrów).

1 pkt – przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnkù pòczątkòwi wielënë wòdë w pierszim zbiérnikù
abò
przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnkù pòczątkowi wielënë wòdë w drëdżim zbiérnikù.

0 pkt – Rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

Pierszi ôrt

Òznaczimë pierwòszną wielëna wòdë (w litrach) w drëdżim zbiérnikù jakno x, a pierwòszną wielëna wòdë (w litrach) w pierszim zbiérnikù jakno $4x$.
Chcemë pòrechòwac, kùli litrów wòdë bëło na pòczątkù w drëdżim zbiérnikù. Zapiszemë i rozrzeszimë równanié:

$4x + 6 = 2(x + 6)$
$4x + 6 = 2x + 12$
$x = 3$

W drëdżim zbiérnikù bëłë na pòczątkù 3 litrë wòdë.
W pierszim zbiérnikù bëło na pòczątkù $4 \cdot 3 = 12$ litrów wòdë.

Chcemë pòrechòwac, kùli litrów wòdë bëło pò wlanim do kòżdégò zbiérnika po 6 litrów wòdë:
w pierszim zbiérnikù:

$$12 + 6 = 18$$

w drëdżim zbiérnikù:

$$3 + 6 = 9 \text{ (litrów)}$$

Chcemë pòrechòwac, kùli litrów wòdë je w dwùch zbiérnikach wëcmanim:

$$18 + 9 = 27$$

Òdpòwiésc: W òbù zbiérnikach je wëcmanim 27 litrów wòdë.

II ôrt

Chcemë òznaczëc pierwòszną wielënã wòdë (w litrach) w pierszim zbiérnikù jakno x a pierwòszną wielënã wòdë (w litrach) w drëdżim zbiérnikù jakno $\frac{1}{4}x$.

Zapiszemë i rozrzeszimë równanié:

$$x + 6 = 2\left(\frac{1}{4}x + 6\right)$$

$$x + 6 = \frac{1}{2}x + 12$$

$$\frac{1}{2}x = 6$$

$$x = 12$$

W pierszim zbiérnikù bëło na pòczątkù 12 litrów wòdë, a w drëdżim – $\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$ litrë. Tej pò wlanim pò 6 litrów wòdë:

– w pierszim zbiérnikù je $12 + 6 = 18$ (litrów)

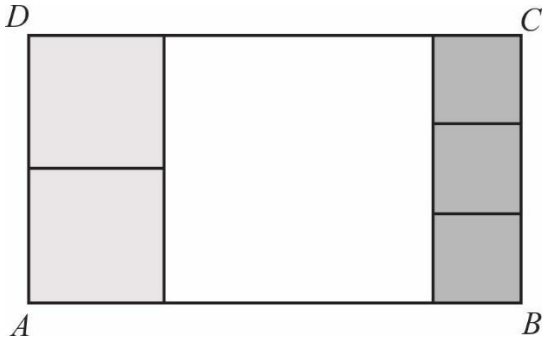
– w drëdżim zbiérnikù jest $3 + 6 = 9$ (litrów)

Wëcmanim w òbù zbiérnikach je $18 + 9 = 27$ (litrów)

Òdpòwiésc: W obù zbiérnikach je wëcmanim 27 litrów wòdë.

Zadanié 29. (0–3)

Prostonórt *ABCD* je pòdzelony na 6 kwadratów: jeden wiôldżi, dwa strzédné i trzë môłé, jak na céchùnkù.



Ùdokaznij, że pòle wiéchrzëznë wiôldżégò kwadratu je wikszé jak pòłowa pòla prostonórta *ABCD*.

Òglowé wëmòdżi

IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.

1. Przeprowôdzanié prostégò rozëmòwaniô, pòdôwanié argùmentów ùdokôzniającëch pòprawné rozëmòwanié, rozróżnianié dokazu òd przëkładu.

Pòdrobné wëmòdżi
KLASË VII i VIII
III. Twòrzenié algebrajicznëch wërażeniów z jedną i z wiele zmiennyma. Ùczéń:
3) zapisywô zanôleżnoscë przedstawioné w zadaniach w pòstacje algebrajicznëch wërażeniów jedny abò czile zmiennëch.

Regle taksowaniô
3 pkt – fùl rozrzeszënk: ùsadzenié bëlnégò ùzasadnieniô, że wiôldżi kwadrat zajimô wicy jak pòłowã pòla wiéchrzëznë prostonórtu $ABCD$.

2 pkt – zapisanié pòla prostonórta *ABCD* i pòla wiôldżégò kwadratu za pòmòcą algebrajicznëch wërażeniów òbjimającëch tã jistną zmienną
abò
zapisanié dłużawë bòkù *AB* prostonórta *ABCD* i dłużawë bòkù wiôldżégò kwadratu za pòmòcą algebrajicznëch wërażeniów òbjimającëch tã jistną zmienną,
abò
scwierdzenié, że dwa strzédné kwadratë zajimają pòłowã wiéchrzëznë wiôldżégò kwadratu, a trzë môłé kwadratë zajimają wiéchrzëznã miészą jak pòłowa wiéchrzëznë wiôldżégò kwadratu,
abò
ùdokaznienié bëlnégò szëkù, le z rechùnkòwima felama, że wiôldżi kwadrat zajimô pònad pòłowã pòla prostonórta *ABCD*.

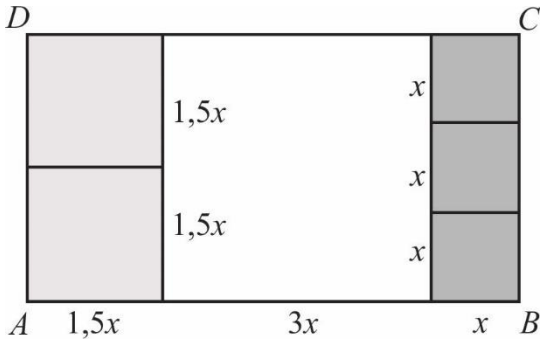
1 pkt – zapisanié zanôleżnoscë midzë dłużawama bòków kwadratów.

0 pkt – rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

Pierszi ôrt

Żlë më zacéchùjemë dłużawã môłégò bòkù kwadratu przez *x*, to wiôldżi kwadrat mô bòk dłużawë 3*x*, a strzédny mô bòk dłużawë 1,5*x*.



Pòle môłégò kwadratu: x^2

Pòle strzédnégò kwadratu: : $(1{,}5x)^2$

Pòle wiôldżégò kwadratu: $(3x)^2 = 9x^2$
Òbrechùjemë pòle prostonórtu $ABCD$ bierzącë do grëpë pola sześciu kwadratów:

$$3 \cdot x^2 + (3x)^2 + 2 \cdot (1{,}5x)^2 = 16{,}5x^2$$

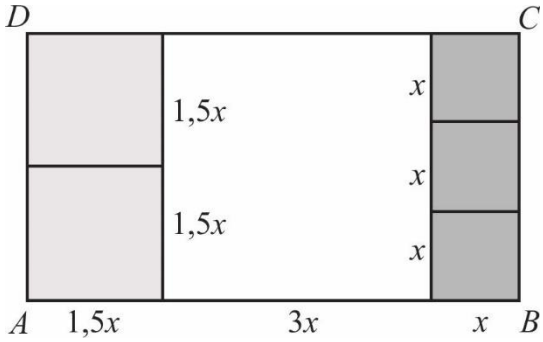
Pòłowa pòla prostonórta *ABCD:*

$$16{,}5x^2 : 2 = 8{,}25x^2$$

Tej wiôldżi kwadrat zajimô pònad pòłowã pòla prostonórta *ABCD*.

Drëdżi ôrt

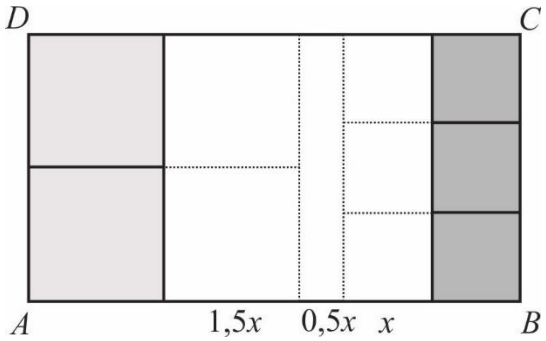
Żlë më zacéchùjemë dłużawã bòkù môłégò kwadratu przez *x*, to wiôldżi kwadrat mô bòk dłużawë 3*x*, a strzédny mô bòk dłużawë 1,5*x*.



Chcemë òbrechòwac dłużawã òdcynka *AB*, na jaczim je pòstawiony prostonórt *ABCD*:
1,5*x* + 3*x* + *x* = 5,5*x*.
Pòdzelmë prostonórt *ABCD* na trzë prostonórtë ò ti jistny wiżawie *AD*: pierszi zesadzony z 2 strzédnëch kwadratów, drëdżi – wiôldżi kwadrat, a trzecy zesadzony z 3 môłëch kwadratów.
Wiôldżi kwadrat mô bòk dłużawë 3*x*.
Pòłowa dłużawë òdcynka *AB* to 2,75*x*.
$2{,}75x \cdot 3x < 3x \cdot 3x$

Tej wiôldżi kwadrat zajimô pònad pòłowã pòla prostonórta *ABCD*.

Trzecy ôrt



Mùszimë zmerkac, że dwa strzédné kwadratë ò bòkù dłużawë $1{,}5x$ zajimają pòłowã wiéchrzëznë wiôldżégò kwadratu, a trzë môlé kwadraty ò bòkù dłużawë x zajimają wiéchrzëznã miészą jak pòłowã wiéchrzëznë wiôldżégò kwadratu. Tej wiôldżi kwadrat zajimô pònad pòłowã pòla prostonórta *ABCD*.

Czwiôrti ôrt

Bòk strzédnégò kwadratu je ò pòłowã miészi òd bòkù wiôldżégò kwadratu. Temù pòle strzédnégò kwadratu je $\frac{1}{4}$ pòla wiôldżégò kwadratu.

$$P_{Śr} = \frac{1}{4} P_D$$

Bòk môłégò kwadratu je $\frac{1}{3}$ bòkù wiôldżégò kwadratu. Temù pòle môłégò kwadratu je $\frac{1}{9}$ pòla wiôldżégò kwadratu.

$P_M = \frac{1}{9} P_D$, dze

P_M – pòle môłégò kwadratu

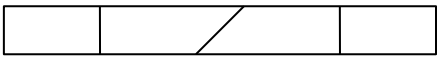
P_D – pòle wiôldżégò kwadratu

$$2 \cdot P_{Śr} + 3 \cdot P_M = 2 \cdot \frac{1}{4} P_D + 3 \cdot \frac{1}{9} P_D = \frac{1}{2} P_D + \frac{1}{3} P_D = \frac{5}{6} P_D < P_D$$

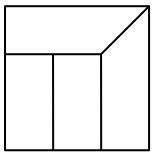
Tej wiôldżi kwadrat zajimô pònad pòłowã pòla prostonórta *ABCD*.

Zadanié 30. (0–3)

Prostonórtny pasyk papióru je pòcãti na sztërë sztëczczi w spòsób pòkôzóny na céchùnkù 1. Z tëch sztëczków ùłożonô je figùra na sztôłt kwadratu tak, jak pòkôzóné je na céchùnkù 2. Pòle tegò kwadratu je równé 36 cm^2.



Céchùnk 1.



Céchùnk 2.

Òbrechùj òbwód pasyka papióru przed pòcãcym. Zapiszë òbrechùnczi.

Òglowé wëmòdżi

II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.

1. Òdczëtiwanié i wëjôsnianié przedstawionëch dónëch w rozmajiti fòrmie i jich przetwôrzanié.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË IV–VI

XI. Òbrechùnczi w geòmetrii. Ùczéń:

2) rechùje òbwód wielenórtu ò dónëch dłużënach bòków;

3) rechùje pòla: trzënórta, kwadratu, prostonórta, rombù, równoległobòkù, trapezu, pòkôzónëch na céchùnkù i w praktycznëch stojiznach, w tim téż dlô dónëch, co brëkùją wëtuszowaniô jednostków.

Regle taksowaniô

3 pkt – fùl rozrzeszënk: pòkôzanié bëlnégò szëkù òbrechùnków òbwòdu pasyka papioru przed pòcãcym, prawidłowé òbrechùnczi a prawidłowi lëczbòwi wënik zgódny z ùżëtą jednostką dłużawë] (40 cm)..

2 pkt – pòkôzanié bëlnégò szëkù òbrechùnków òbwòdu pasyka papioru przed pòcãcym
abò
zrechòwanié wëmiarów prostonórtów i trapezów, z jaczich je zbùdowóny kwadrat (prostonórt: 2 cm × 4 cm, trapez: pòdstawë – 4 cm i 6 cm, wiżawa – 2 cm).

1 pkt – pòkôzanié bëlnégò szëkù òbrechùnków dłużawë bòkù kwadratu.

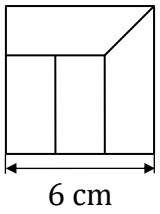
0 pkt – Rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowi fùl rozrzeszënk

I ôrt

Òbrechùjemë dłużawã bòkù kwadratu:

$$\sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$$



6 cm

Na dłużawã bòkù kwadratu skłôdają sã 3 szérze pasyka, to je pasyk miôł szérzą:

$6 : 3 = 2$ (cm)

Pòle pasyka je równé pòlu kwadratu, chcemë òbrechòwac dłużënã pasyka:

$$36 : 2 = 18 \text{ (cm)}$$

Przed pòcãcym pasyk miôł wëmiarë: $2 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$, òbrechùjemë òbwód pasyka:

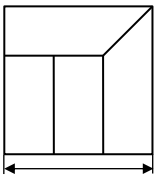
$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40 \text{ (cm)}$$

Òdpòwiésc: Òbwód pasyka papioru przed pòcãcym bél równy 40 cm.

II ôrt

Òbrechùjemë dłużënã bòkù kwadratu:

$$\sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$$



Na dłużënã bòkù kwadratu skłôdają sã 3 szérze pasyka, to je pasyk miôł szérzą:

$$6 : 3 = 2 \text{ (cm)}$$

Pòle pasyka je równé pòlu kwadratu, chcemë òbrechòwac dłużawã pasyka:

$$36 : 2 = 18 \text{ (cm)}$$

Przed pòcãcym pasyk miôł wëmiarë: $2 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}$, chcemë òbrechòwac òbwód pasyka:

$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40 \text{ (cm)}$$

Òdpòwiésc: Òbwód pasyka papioru przed pòcãcym bél równy 40 cm.

Zadanié 31. (0–3)

Trzë sąsôdczi sã wëcmanim zafédrowałë w internetowim krómie kawã. Kawa dlô Malënowsczi miała kòsztac 120 zł, a dlô Wiszniewsczi i Slëwińsczi – pò 90 zł. Równak przë kùpiszu dostalë rabat i za zafédrowóną kawã zapłacëlë le 260 zł. Pòrechùj, kùli dëtków më mia zapłacëc kòżdô z białków, czejbë ji wpłata bëła propòrcjonalnô do pierwòszny wôrtnotë fédrënkù? Zapiszë òbrechùnczi.

Òglowé wëmòdżi

III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.

2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w praktycznym kònteksce.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË VII i VIII

VII. Propòrcjonalnota prostô. Ùczéń:

3) stosëje propòrcjonalny pòdzél.

Regle taksowaniô

3 pkt – fùl rozrzeszënk: bëlny szëk òbrechùnków kwòtów, cobë je miałë zapłacëc Malënowskô, Wiszniewskô i Slëwińskô zgódno z pierwòszną wôrtnotą zamówieniô, bëlny òbrechùnk a bëlny lëczbòwi wënik (w. Malënowskô: 104 zł, w. Slëwińskô: 78 zł, w. Wiszniewskô: 78 zł).

2 pkt – pòkôzanié bëlnégò szëkù òbrechùnków kwòtów, jaczé bë miałë zapłacëc kòżdô z sąsôdków.

1 pkt – pòkôzanié bëlnégò szëkù:

- wëznaczeniô, jaczim pierwòsznym dzélã wôrtnotë fédrënku je kawa zafédrowónô dlô jedny z sąsôdków, np. zapisanié $\frac{120}{300}=\frac{4}{10}$,
  abò
- wëznaczeniô stosënkù wôrtnotë fédrënków, np. 4 : 3 : 3,
  abò
- wëznaczeniô stosënkù nôleżnotë pò rabace do pierwòszny wôrtnotë fédrënkù, np. $\frac{260}{300}=\frac{13}{15}$,
  abò
- wëznaczeniô stosënkù rabatu do pierwòszny wôrtnotë fédrënkù, np. $\frac{40}{300}=\frac{2}{15}$.

0 pkt – rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

Pierszi ôrt

Pierwòsznô wôrtnota fédrënkù to 300 zł.

Kòszt kawë Malënowsczi to $\frac{120}{300}=\frac{4}{10}$ ti kwòtë.

Chcemë òbrechòwac, kùli bë miała zapłacëc Malënowskô:

$$\frac{4}{10} \cdot 260 \text{ zł} = 104 \text{ (zł)}$$

Òbrechùjemë, kùli bë miałë zapłacëc wëcmanim Wiszniewskô a Slëwińskô:

$$260 \text{ zł} - 104 \text{ zł} = 156 \text{ (zł)}$$

Òbrechùjemë, kùli bë miała zapłacëc kòżdô z nich: Wiszniewskô a Slëwińskô:

$$156 : 2 = 78 \text{ (zł)}$$

Òdpòwiésc: Malënowskô bë mia zapłacëc 104 zł, a Wisniewskô i Slëwińskô – pò 78 zł.

Drëdżi ôrt

Chcemë òbrechòwac stosënk pierwòsznëch wôrtnotów zamówieniów:

$$120 : 90 : 90 = 4 : 3 : 3$$

$$4 + 3 + 3 = 10$$

$$260 \text{ zł} : 10 = 26 \text{ (zł)}$$

Chcemë òbrechòwac, kùli mô Malënowskô do zapłaceniô:

$$4 \cdot 26 \text{ zł} = 104 \text{ (zł)}$$

Chcemë òbrechòwac, kùli mają òsóbno do zapłaceniô Wiszniewskô a Slëwińskô:

$$3 \cdot 26 \text{ zł} = 78 \text{ (zł)}$$

Òdpòwiésc: Malënowskô bë mia zapłacëc 104 zł, a Wisniewskô i Slëwińskô – pò 78 zł.

Trzecy ôrt

Pierwòsznô wôrtnota fédrënków to je 300 zł. Sąsôdczi zapłacëłë za zamówioną kawã 260 zł.

$$\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$$

Kòżda z nich bë mia zapłacëc $\frac{13}{15}$ pierwòszny wôrtnotë swégò fédrënkù, òbrechùjemë, kùli je do zapłaceniô przez wastną Malënowską:

$$\frac{13}{15} \cdot 120 = 13 \cdot 18 = 104 \text{ (zł)}$$

Òbrechùjemë, kùli je do zapłaceniô przez wastne Wiszniewską i Slëwińską:

$$\frac{13}{15} \cdot 90 = 13 \cdot 6 = 78 \text{ (zł)}$$

Òdpòwiésc: Wastnô Malënowskô bë mia zapłacëc 104 zł, a wastne Wiszniewskô i Slëwińskô pò 78 zł.

Czwiôrti ôrt

Pierwòsznô wôrtnota fédrënkù to je 300 zł. Sąsôdczi zapłacëłë za zamówioną kawã 260 zł, tej rabatu wëszło równo 40 zł.

$$\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$$

Kòżda białka bë mia zapłacëc ò $\frac{2}{15}$ dëtków mni jak pierwòszno bëło założoné.

Chcemë òbrechòwac rabat i kùli je do zôpłatë przez wastną Malënowską:

$$\frac{2}{15} \cdot 120 = 2 \cdot 8 = 16 \text{ (zł)}$$

$$120 - 16 = 104 \text{ (zł)}$$

Chcemë òbrechòwac rabat i kùli je do zôpłatë przez wastne Wiszniewską i Slëwińską:

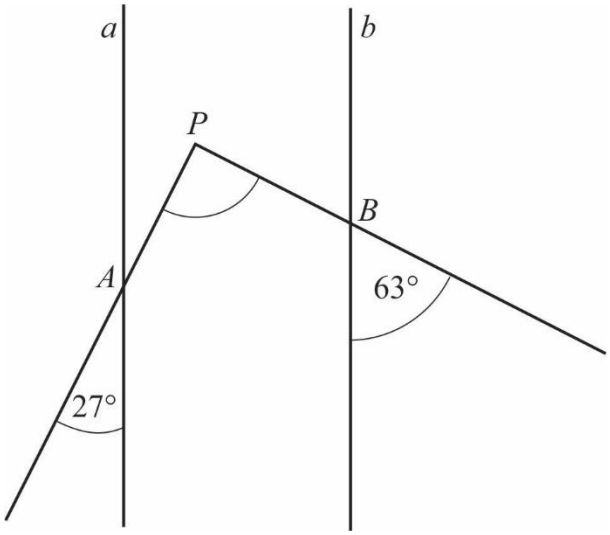
$$\frac{2}{15} \cdot 90 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ (zł)}$$

$$90 - 12 = 78 \text{ (zł)}$$

Òdpòwiésc: Malënowskô bë mia zapłacëc 104 zł, a Wisniewskô i Slëwińskô – pò 78 zł.

Zadanié 32. (0–2)

Prosté *a* i *b* są równoległé.



Półprosté *PA* i *PB* przecynają te prosté, w pùnktach *A* i *B* **bez to twòrzą z nima òstré nórtë ò miarach pòdónëch na céchùnkù. Ùdokaznij, że nórt *APB* je prosti.**

Òglowé wëmòdżi

IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.

1. Przeprowôdzanié prostégò rozëmòwaniô, pòdôwanié argùmentów ùdokôzniającëch pòprawné rozëmòwanié, rozróżnianié dokazu òd przëkładu.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË VII i VIII

VIII. Znanczi geòmetricznëch figùrów na plaskacëznie. Ùczéń:

3) korzistô ze znanków prostëch równoległëch, òsoblëwie dobiérô równotã nórtów òdpòwiôdającëch i naprzemianległëch.

Regle taksowaniô

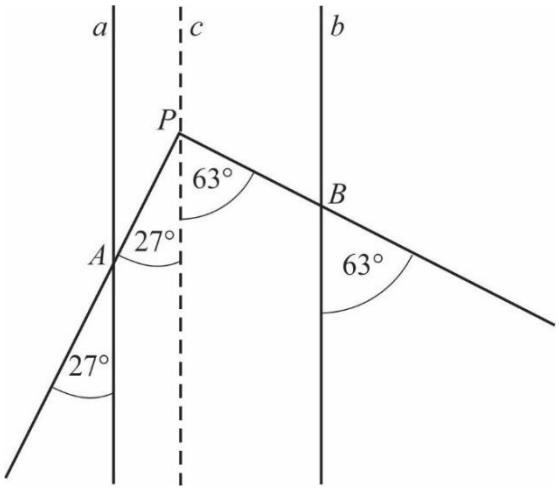
2 pkt – fùl rozrzeszënk: ùsadzenié bëlnégò rozrzeszënkù, co nórt APB mô miarã 90°, tej je prostim nórtã.

1 pkt – pòprowadzenié prosti *c* a zapisanié bëlny miarë nômni jednégò nórta òdpòwiôdającégò do 27° abò 63°
abò
pòprowadzenié prosti c a zapisanié bëlny miarë nórtównômni jednégò z trzënórtów *APC* abò *BDP*,
abò przedłużenié prosti PB abò AP a zapisanié bëlny miasrë nórta, co òdpòwiôdô w trzënórce APC lub BDP
abò
pòprowadzenié prosti *c* i i ùstalenié miarów rozwiartëch nórtów piãcnórta *ACDBP*,
abò
prosti c a zapisanié bëlnëch miarów nórtów *CAP* i *CBP* sztërënórta.

0 pkt – rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

Pierszi ôrt

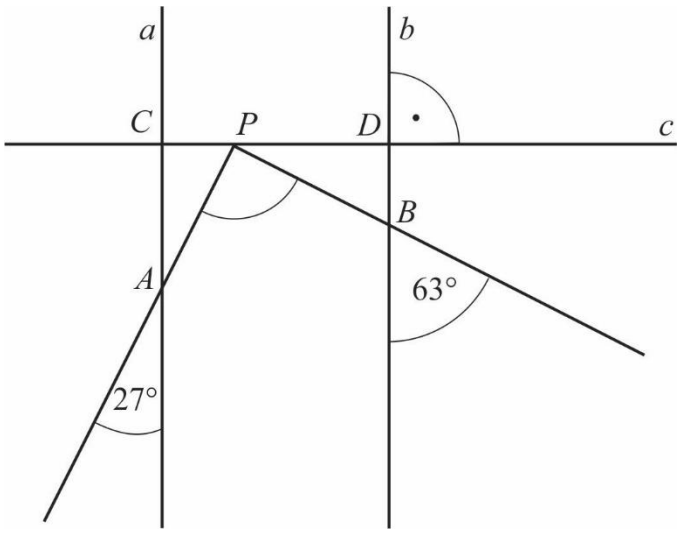


Przez pùnkt *P* prowadzymë prostą *c* równoległą do *a* i *b*. Dzeli òna nórt *APB* na dwa dzéle, z jaczich jeden je nórtã òdpòwiôdającym do nórta z miarą 27°, a drëdżi – do nórta z miarą 63°, tej

$|\sphericalangle APB| = 27° + 63° = 90°$.

Nórt *APB* je nórtã prostim.

Drëdżi ôrt



Przez pùnkt *P* prowadzymë prostą *c* prostopadłą do *a* i *b*. Wëznôczô òna dwa trzënórtë prostonórtné *APC* i *BPD*. Ùstaliwómë miarë nórtów òstrëch tëch trzënórtów.

$|\sphericalangle CPA| = 90° - 27° = 63°$

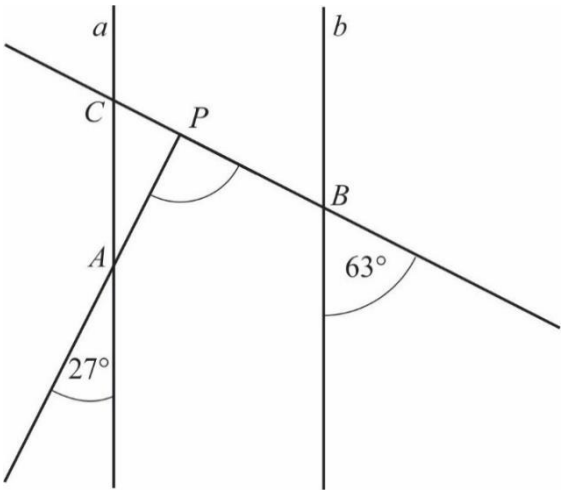
a

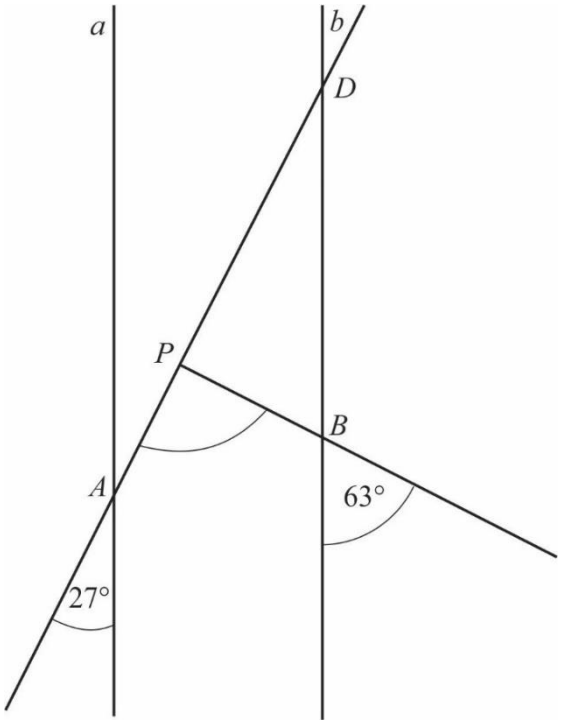
$|\sphericalangle BPD| = 90° - 63° = 27°$

$|\sphericalangle APB| = 180° - (27° + 63°) = 90°$

Nórt *APB* je nórtã prostim

Trzecy ôrt





Wëdłużiwómë półprostą *PB* do przecãcô z prostą *a* w pónkce *C* (céchùnk 1.) abò półprostą *PA* do przecãcô z prostą *b* w pùnkce *D (céchùnk 2.)*. Ùstaliwómë miarë dwùch nórtów w pòwstałëch trzënórtach *APC* abò *BDP*. Jeden z nórtów je szpëcowim nórtã, a drëdżi – nórtã òdpòwiôdającym do nórtów pasowno 63° i 27°.
Rechùjemë miarã trzecégò nórta w pòwstałëch trzënórtach *APC* abò *BDP*.

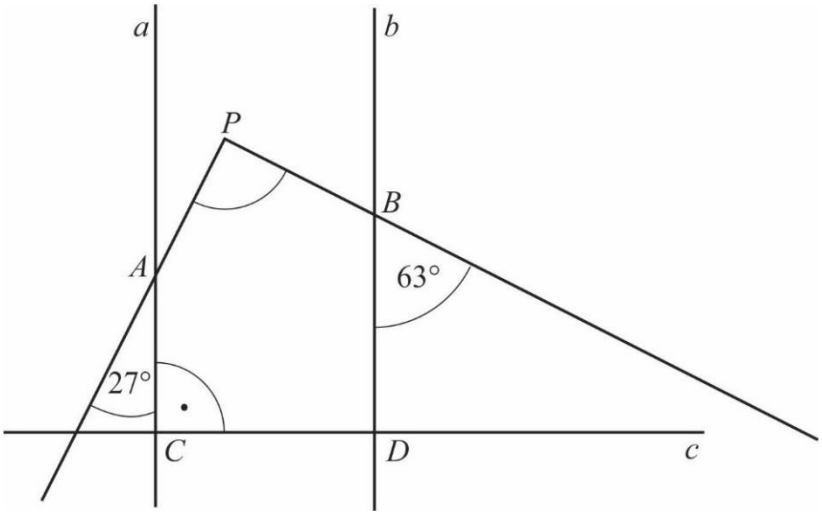
$|\sphericalangle CPA| = 180° - (27° + 63°) = 90°$

Nórt *APB* je nórtã przëległim do nórta *APC,* to je nórtã prostim.

$|\sphericalangle BPD| = 180° - (27° + 63°) = 90°$

Nórt *APB* je nórtã przëległim do nórta *BPD,* to je nórtã prostim.

Czwiôrti ôrt

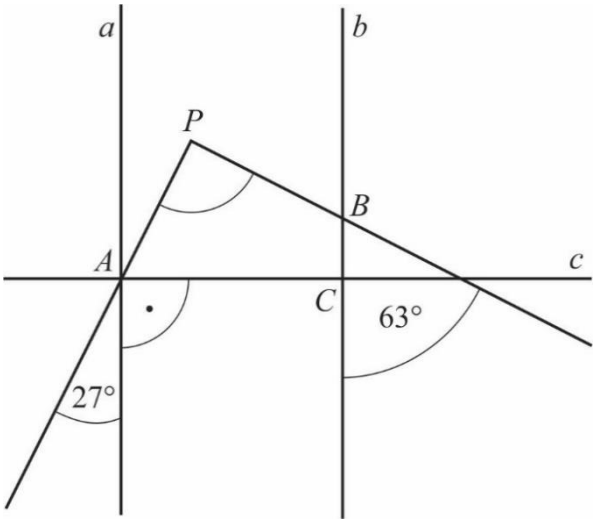


Prowadzymë prostą *c* prostopadłą do *a* i *b* tak, żebë pòwstôł piãcnórt wëpãkłi. Ùstaliwómë miarë nórtów rozwiartëch tegò piãcnórta.

$|\sphericalangle CAP| = 180° - 27° = 153°$ i $|\sphericalangle PBD| = 180° - 63° = 117°$
$|\sphericalangle APB| = 540° - (90° + 90° + 117° + 153°) = 90°$

Nórt *APB* je nórtã prostim.

Piąti ôrt



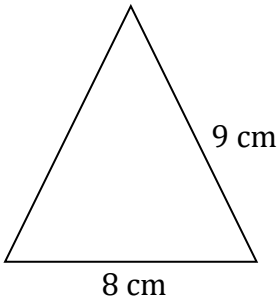
Przez pùnkt *A* prowadzymë prostą *c* prostopadłą do *a* i *b*. Wëznôczô òna sztërënórt *ACBP*. Ùstaliwómë miarë dwùch nórtów sztërënórta.

$|\sphericalangle PBC| = 180° - 63° = 117°$ i $|\sphericalangle CAP| = 90° - 27° = 63°$
$|\sphericalangle APB| = 360° - (90° + 117° + 63°) = 90°$

Nórt *APB* je nórtã prostim.

Zadanié 33. (0–3)

Trzënórt przedstawiony na céchùnkù je bòczną scaną prawidłowégò òstrosłupa trzënórtnégò.



Òbrechùj pòle całowny wiéchrzëznë tegò òstrosłupa. Zapiszë òbrechùnczi.

Òglowé wëmòdżi

IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.

3. Dobiéranié strategii, co wëchôdô z trescë zdaniégò, twòrzenié strategii rozrzeszeniô sprawë, téż w rozrzeszënkach wieleetapòwëch i w taczich, przë jaczich nót je miec ùmiejãtnosc parłączeniô wiédzë z rozmajitëch dzélów matematiczi.

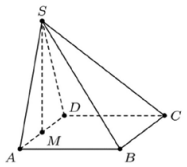
Pòdrobné wëmòdżi

KLASË VII i VIII

XI. Rëmnô geòmetriô. Ùczéń:

3) rechùje òbjãtoscë i pòla wiéchrzëznë òstrosłupów prawidłowëch i taczich, co nie są prawidłowé ò niwiznie trudnoscë nié wikszi jak w przëkładze:

Prostonórt *ABCD* je spòdlim òstrosłupa *ABCDS*, pùnkt *M* je westrzódkã kańtë *AD*, òdcynk *MS* je wiża]wą òstrosłupa. Dóné są pòsobné dłużawë kańtów: *AD* = 10 cm, *AS* = 13 cm i *AB* = 20 cm. Òbrechùj òbjãtosc òstrosłupa.



Regle taksowaniô

3 pkt – fùl rozrzeszënk: bëlny szëk òbrechùnkù pòla całowny wiéchrzëznë òstrosłupa, prawidłowé òbrechùnczi a prawidłowi lëczbòwi wënik zgódny z ùżëtą jednostką:

$(64 + 16\sqrt{65})$ cm^2.

.

2 pkt – bëlny szëk òbrechùnkù pòla jedny bòczny scanë a bëlny szëk òbrechùnkù pòla spòdlô òstrosłupa

ABÒ

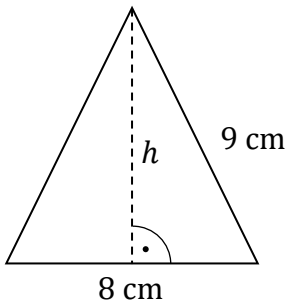
bëlny szëk òbrechùnkù wësokòscë bòczny scanë òstrosłupa tzn. ùżëcé cwierdzeniô Pitagòrasa ***a*** zapisanié, że pòle całowny wiéchrzëznë òstrosłupa je sëmą pòla kwadratu ò bòku dłużawë 8 cm i pòlów sztërzëch trzënórtów ò spòdlim 8 cm

1 pkt – bëlny szëk òbrechùnkù wësokòscë bòczny scanë òstrosłupa tzn. ùżëcé cwierdzeniô Pitagòrasa ***a*** zapisanié, że pòle całowny wiéchrzëznë òstrosłupa je sëmą pòla kwadratu ò bòku dłużawë 8 cm. .

0 pkt – rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowi fùl rozrzeszënk

Skòrzistómë z cwierdzeniô Pitagòrasa, òbrechùjemë wëżawã h bòczny scanë òstrosłupa:



$$4^2 + h^2 = 9^2$$
$$h^2 = 81 - 16 = 65$$
$$h = \sqrt{65}\ (\text{cm})$$

Òbrechùjemë pòle bòczny scanë òstrosłupa:

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \sqrt{65} = 4\sqrt{65}\ (\text{cm}^2)$$

Òbrechùjemë pòle całowny wiéchrzëznë òstrosłupa:

$$P = 8^2 + 4 \cdot 4\sqrt{65} = 64 + 16\sqrt{65}\ (\text{cm}^2)$$

Òdpòwiésc: Pòle całowny wiéchrzëznë òstrosłupa je równé $(64 + 16\sqrt{65})\ \text{cm}^2$.

Zadanié 34. (0–2)

Ksążëcą jamicã mòże zwiedzëc kòżdégò dnia leno dzesãc karnów, jaczé wchôdają pò jednym w jiwernëch òdstãpach czasu. Pierszé karno rozpòczinô zwiédzanié ò 9:00, a òstatné – ò 16:30. Karno harcerzów przëszło zwiedzëc jamicã ò gòdzënie 13:25.
Òbrechùj, kùli minut harcerze bãdą żdelë na wéńdzenié do jamicë? Zapiszë òbrechùnczi.

Òglowé wëmòdżi

IV. Rozëmòwanié i argùmentacjô.
3. Dobiéranié strategii, co wëchôdô z trescë zdaniégò, twòrzenié strategii rozrzeszeniô sprawë, téż w rozrzeszënkach wieleetapòwëch i w taczich, przë jaczich nót je miec ùmiejãtnosc parłączeniô wiédzë z rozmajitëch dzélów matematiczi.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË IV–VI
XII. Prakticzné òbrechùnczi. Ùczéń:
3) wëkònywô prosté òbrechùnczi zégrowé na gòdzënach, minutach i sekùndach.

Regle taksowaniô

2 pkt – fùl rozrzeszënk: przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnków minimalnégò czasu żdaniô na weńscé do jamicë, prawidłowé òbrechùnczi a bëlny lëczbòwi wënik (35 minut).

1 pkt – przedstawienié bëlnégò szëkù òbrechùnków czasu zwiédzaniô jamicë.

0 pkt – Rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

Pierszi ôrt

Òd gòdzënë 9:00 do 16:30 mijô 7 gòdzyn i 30 minut, to je 450 minut. W tim cządze je 9 wéńdzeniów do jamicë, tej jedno zwiédzanié dérëje 450 : 9 = 50 minut.

Òd gòdzënë 9:00 do 13:25 je 265 minut, a że 265 = 5 · 50 + 15, tej nôblëższé wéńdzenié bãdze za 50 – 15 = 35 minut.

Òdpòwiésc: Harcerze bãdą mùszelë żdac nômni 35 minut.

Drëdżi ôrt

Òd gòdzënë 9:00 do 16:30 mijô 7 gòdzyn i 30 minut, to je 450 minut. W tim cządze je 9 wéńdzeniów do jamicë, tej jedno zwiédzanié dérëje 450 : 9 = 50 minut.
Pòsobné wéńdzenia do jamicë trôfiają w gòdzënach: 9:00, 9:50, 10:40, 11:30, 12:20, 13:10, 14:00.

Òdpòwiésc: Harcerze bãdą mùszelë żdac nômni 35 minut.

Zadanié 35. (0–2)

Agnieszka zapisa sztërëcyfrową lëczbã pòdzelną przez 7. Sztrichnãła w ti lëczbie cyfrã jednotë i dosta lëczbã 496. Jaką lëczbã sztërëcyfrową zapisa Agnieszka? Zapiszë òbrechùnczi.

Òglowé wëmòdżi

II. Wëzwëskanié i twòrzenié wiadła.
2. Interpretowanié i twòrzenié tekstów ò matematicznym charakterze i graficzné przedstôwianié dónëch.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË IV–VI
II. Dzejania na nôtëralnëch lëczbach. Ùczéń:
3) mnoży i dzeli nôtëralną lëczbã przez jednocyfrową lëczbã, dwacyfrową abò trzëcyfrową pisemnym spòsobã, w pamiãcë (w nôprostszich przëkładach) i za pòmòcą kalkùlatora (w czãżészich przëkładach).

Regle taksowaniô

2 pkt – fùl rozrzeszënk: bëlny ôrt wëznaczeniô sztërocyfrowi lëczbë pòdzelny przez 7, prawidłowé òbrechùnczi a prawidłowi lëczbòwi wënik (4963).

1 pkt – scwierdzenié, że kòżdi ze skłôdników sëmë 4900 + 6*x* je pòdzelny przez 7, abò
zapisanié dzeleniégò pisemnégò bez wskôzaniô wënikù dzejaniô.

0 pkt – rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

Pierszi ôrt

Sztërëcyfrową lëczbã zapisywómë w pòstacji 496*x*, dze *x* òznôczô cyfrã jednotë. Lëczbã tãmòżemë zapisac jakno sëmã $4900 + 6x$.

Lëczba 490 dzesątk je pòdzelnô przez 7. Szukómë lëczbë dwacyfrowi pòdzelny przez 7, jaczi cyfra dzesątk je równô 6. Przez 7 dzeli sã leno lëczba 63.

Òdpòwiésc: Agnieszka zapisała lëczbã 4963.

Drëdżi ôrt

Zapisywómë lëczbã sztërëcyfrową w pòstacji 496*x*, dze *x* òznôczô cyfrã jednotë i dzelimë jã przez 7.

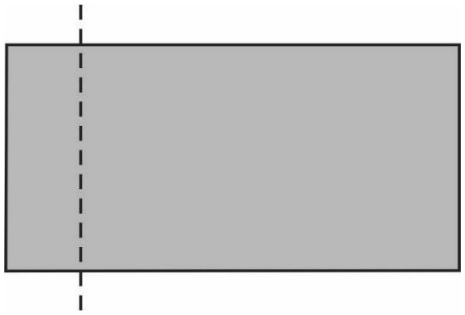
	7	**0**	**9**		
4	**9**	**6**	***x***	**:**	**7**
4	**9**				
		6	***x***		
		6	**3**		
			0		

Żebë néga z dzeleniô bëła równô 0, to lëczba dwacyfrowô 6*x* mùszi bëc pòdzelnô przez 7. Stąd *x* mùszi bëc równy 3.

Òdpòwiésc: Agnieszka zapisała lëczbã 4963.

Zadanié 36. (0–3)

Prostonórt ò bòkach dłużawë 12 i 6 je pòdzelony na dwa prostonórtë (zdrzë na céchùnk).



Òbwód jednégò z prostonórtów ùdostónëch w rezultace pòdzélu je 2 razë wikszi òd òbwòdu drëdżégò. Pòdôj wëmiarë prostonórta ò miészim òbwòdze. Zapiszë òbrechùnczi.

Òglowé wëmòdżi

III. Wëzwëskanié i interpretowanié reprezentacji.

2. Dobiéranié matematicznégò mòdła do prosti sprawë i bùdowanié gò w rozmajitëch kòntekstach, téż w prakticznym kònteksce.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË IV–VI

XI. Òbrechùnczi w geòmetrii. Ùczéń:

2) rechùje òbwód wielenórta ò dóněch dłużawach bòków.

Regle taksowaniô

3 pkt – fùl rozrzeszënk: pòprawné òbrechòwanié wëmiarów prostonórta ò miészim òbwòdze, prawidłowé òbrachùnczi a prawidłowi lëczbòwi wënik (6 i 2)..

2 pkt – zapisanié pòprawnégò równaniô z jedną nieznóną, co prowadzy do òbrachùnkù dłużawë krotszégò bòkù prostonórtu ò miészim òbwòdzeabò
pòprawné òbrechòwanié òbwòdu miészégò prostonórta
abò
sprawdzenié wszëtczich warënków zadaniô dlô co nômni dwùch różnëch pôrów dłużawë bòków wikszégò i miészégò prostonórtu, w tim pasowno dlô lëczbów: 10 i 2, ale bez pòdaniô wëmiarów prostonórtu ò miészim òbwòdze (mòdło próbów i błądów)..

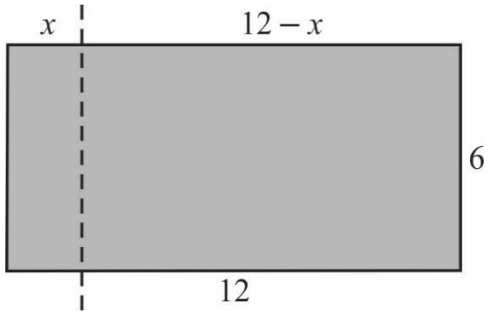
1 pkt – przedstawienié pòprawnégò spòsobù òznaczeniô dłużawë dwùch bòków ùdostónëch prostonórtów
abò
scwierdzenié, że pò przesëniãcym linii pòdzélu sëma òbwòdów ùdostónëch figùrów sã nie zmieni,
abò
zrobienié pòdzélu prostonórta na dwa miészé prostonórtë i òbrechòwanié òbwòdów ùdostónëch figùrów (spòsób prób i błądów).

0 pkt – rozrzeszënk z felą abò jegò felënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

Pierszi ôrt

Dzelimë prostonórt na dwa prostonórtë. Dwa bòczi ùdostónëch prostonórtów céchùjemë tak, jak to je pòkôzóné na céchùnkù.



Òbwód miészégò prostonórta je równy $2\cdot x+2\cdot 6=2x+12$

Òbwód wikszégò prostonórta je równy $2\cdot(12-x)+2\cdot 6=36-2x$

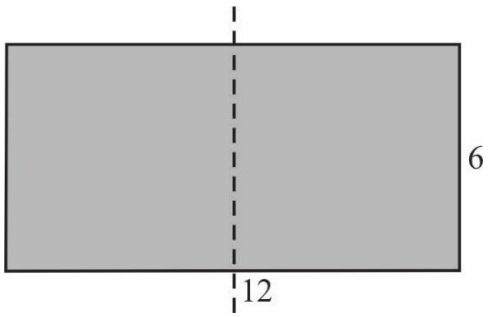
Òbwód jednégò prostonórta je 2 razë wikszi òd òbwòdu drëdżégò, co zapisywómë za pòmòcą równaniô.

$36-2x=2\cdot(2x+12)$
$36-2x=4x+24$
$12 = 6x$
$x = 2$

Òdpòwiésc: Prostonórt ò miészim òbwòdze mô wëmiarë 6 i 2.

Drëdżi ôrt

Dzelimë prostonórt na 2 kwadratë ò òbwòdach 24.



Sëma òbwòdów kwadratów je równô 48. Nót je zmerkac, że jeżlë przesëniemë liniã pòdzélu, sëma òbwòdów ùdostónëch figùrów sã nie zmieni.

Łączny òbwód szukónëch prostonórtów je równy 48, stosënk tëch òbwòdów je równy 2 : 1.

Tej òbwód miészégò prostonórta je równy $48:3=16$

Skòrno jeden bòk tegò prostonórta je równy 6, to drëdżi bòk mô dłużawã $\frac{16}{2}-6=2$

Òdpòwiésc: Prostonórt ò miészim òbwòdze mô wëmiarë 6 i 2.

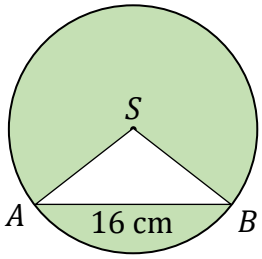
Trzecy ôrt

Dzelimë prostonórt na 2 kwadratë ò òbwòdach 24.
Przesuwómë liniã pòdzélu i dostôwómë dwa prostonórtë. W kòżdim z nich dłużawa jednégò bòkù zmieniwô sã, a drëdżégò wënôszô 6. Sprôwdzómë, jaczi je ilorôz òbwòdów ùdostónëch prostonórtów.

wikszi prostonórt		miészi prostonórt		ilorôz òbwòdu wikszégò prostonórta do òbwòdu miészégò
dłużawa jednégò bòkù	Òbwód	dłużawa jednégò bòkù	òbwód	
8	28	4	20	$\frac{28}{20} < 2$
9	30	3	18	$\frac{30}{18} < 2$
10	32	2	16	$\frac{32}{16} = 2$
11	34	1	14	$\frac{34}{14} > 2$

Òdpòwiésc: Prostonórt ò miészim òbwòdze mô wëmiarë 6 i 2.

Zadanie 37. Na òkrãgù z westrzódkã S i parmieniu $r = 10$ cm nacéchòwóné òstałë pùnktë A i B, taczé, że òdcynk AB mô dłużënã 16 cm. Pòsobno nacéchòwóné òstałë òdcynczi AS i BS (òbaczë céchùnk).



Òbrechùj pòle zacéniowóny figùrë. Przë òbrechùnkach przëjimnij $\pi \approx 3{,}14$. Zapiszë òbrechùnczi.

Òglowé wëmòdżi

IV. Pòmëszlënk i argumentacjô.
3. Stosowanié strategie, co wëprzëchôdô z zamkłoscë zadaniô, twòrzenié strategie rozrzeszeniô problemù, téż w rozrzeszënkach wieledzélowëch a w taczich, co brëkùją ùmiejãtnoscë parłãczeniô wiédzë z różnëch dzélów matematiczi.

Pòdrobné wëmòdżi

KLASË IV–VI
XI. Òbrechùnczi w geòmetrie. Ùczéń:
3) òbrechòwiwô pòla: trzënórtu, kwadratu, prostonórtu, rombù, równoległobòkù, trapezu, pòkôzónëch na céchùnkù a w praktycznëch stojiznach, w tim téż dlô dónëch, co wëmôgają tuszowaniô jednostków.

KLASË VII i VIII
XIV. Dłużëna òkrãgù i pòle kòła. Ùczéń:
3) òbrechòwiwô pòle kòła ò dónym parmieniu abò dóny strzédnicë.

Mòdła taksowaniô

3 pkt – Pełné rozrzeszenié: pòprawny ôrt òbrechùnkù pòla zacéniowóny figùrë, dobré òbrechùnczi a prawidłowi lëczbòwi wënik zgódny z zastosowaną jednostką ($\approx 266\ \text{cm}^2$).

2 pkt – pòprawny ôrt òbrechùnkù wëżawë trzënórtu ABS pòprowadzony z czëpka S tzn. zastosowanié cwierdzeniô Pitagòrasa ***a*** pòprawny ôrt òbrechùnkù pòla trzënórtu ABS ò spòdlim $16\ \text{cm}$
ABÒ
pòprawny ôrt òbrechùnkù wëżawë trzënórtu ABS pòprowadzony z czëpka S tzn. zastosowanié cwierdzeniô Pitagòrasa ***a*** pòprawny ôrt òbrechùnkù pòla kòła ò parmieniu $10\ \text{cm}$,
ABÒ
pòprawny ôrt òbrechùnkù wëżawë trzënórtu ABS pòprowadzony z czëpka S tzn. zastosowanié cwierdzeniô Pitagòrasa ***a*** pòprawny ôrt òbrechùnkù pòla zacéniowóny fugùrë jakno różnicë pòla kòła ò parmieniu 10 i pòla trzënórtu ABS ò spòdlim $16\ \text{cm}$.

1 pkt – pòprawny ôrt òbrechùnkù wëżawë trzënórtu ABS
ABÒ
zapisanié, że pòle zacéniowóny figùrë je różnicą pòla kòła ò parmieniu $10\ \text{cm}$ i pòla trzënórtu ABS ò spòdlim $16\ \text{cm}$.

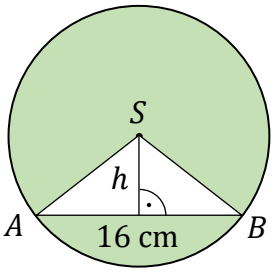
0 pkt – Rozrzeszenié błãdné albò jegò fëlënk.

Przëkładowé fùl rozrzeszënczi

I ôrt

Skòrzistómë z cwierdzeniô Pitagòrasa, òbrechùjemë wëżawã trzënórtu ABS:

$$8^2 + h^2 = 10^2$$
$$h^2 = 100 - 64 = 36$$
$$h = 6\ (\text{cm})$$



Òbrechùjemë pòle trzënórtu ABS:

$$P_{\Delta\,ABS} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48\ (\text{cm}^2)$$

Òbrechùjemë krótkò pòle kòła ò parmieniu $r = 10\ \text{cm}$:

$$P_{kòła} = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 100 \cdot 3{,}14 \approx 314\ (\text{cm}^2)$$

Òbrechùjemë pòle zacéniowóny figùrë:

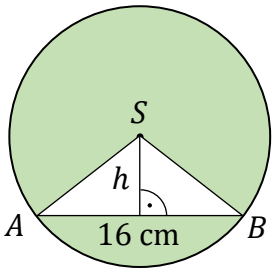
$$P = P_{kòła} - P_{\Delta\,ABS} \approx 314 - 48 \approx 266\ (\text{cm}^2)$$

Òdpòwiésc: Pòle zacéniowóny figùrë je równé czësto krótkò $266\ \text{cm}^2$.

II ôrt

Skòrzistómë z cwierdzeniô Pitagòrasa, òbrechùjemë wëżawã trzënórtu ABS:

$$8^2 + h^2 = 10^2$$
$$h^2 = 100 - 64 = 36$$
$$h = 6\ (\text{cm})$$



Òbrechùjemë pòle zacéniowóny figùrë:

$$P = P_{kòła} - P_{\Delta\, ABS} = \pi \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 \approx 314 - 48 \approx 266\ (\text{cm}^2)$$

Òdpòwiésc: Pòle zacéniowóny figùrë je równé czësto krótkò $266\ \text{cm}^2$.