INFORMAČNÁ BROŽÚRA o **teste z matematiky** pre **ôsmakov**

od školského roku 2024/2025

Ústredná skúšobná komisia
Varšava 2025



Redakčný tím:

Monika Nowak (ÚSK)
Edyta Warzecha
Renata Świrko (ÚSK v Gdansku)
Iwona Łuba (ÚSK v Łomži)
Sabina Pawłowska
prof. dr hab. Zbigniew Semadeni
Agnieszka Sułowska
Józef Daniel
dr Marcin Smolik (ÚSK)

Recenzenti:

prof. dr hab. Zbigniew Marciniak
dr hab. Maciej Borodzik
dr Anna Widur
dr Tomasz Karpowicz (jazykový recenzent)

Informačná brožúra bola vypracovaná Ústrednou skúšobnou komisiou v spolupráci s obvodnými skúšobnými komisiami.

Ústredná skúšobná komisia
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Varšava
Tel. 22 536 65 00
sekretariat@cke.edu.pl

Obvodná skúšobná komisia v Gdansku
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdansk
Tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Obvodná skúšobná komisia v Jaworzne
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
Tel. 32 784 16 00
sekretariat@oke.jaworzno.pl

Obvodná skúšobná komisia v Krakove
os. Szkolne 37, 31-978 Krakov
Tel: 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl

Obvodná skúšobná komisia v Łomži
al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel 86 473 71 20
sekretariat@oke.lomza.pl

Obvodná skúšobná komisia v Lodži
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Lodž
Tel. 42 664 80 50
sekretariat@lodz.oke.gov.pl

Obvodná skúšobná komisia v Poznani
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznaň
Tel 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl

Obvodná skúšobná komisia vo Varšave
ul. Józefa Bema 87, 01-233 Varšava
Tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Obvodná skúšobná komisia vo Vroclave
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Vroclav
tel. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

Obsah

1. Popis testu z matematiky pre ôsmakov …… **5**
Úvod **5**
Úlohy v teste **5**
Popis skúšobného hárku **6**
Pravidlá hodnotenia **6**
2. Príklady úloh s riešeniami ……..... **9**

1. Popis testu z matematiky pre ôsmakov

Úvod

Matematika je jedným z povinných predmetov na testoch ôsmakov, ako aj na maturitnej skúške.

Test z matematiky pre ôsmakov overuje, do akej miery študent VIII. ročníka základnej školy spĺňa požiadavky stanovené v učebných osnovách všeobecného vzdelávania[1].

Informačná brožúra prezentuje príklady úloh spolu s riešeniami a odkazuje na úlohy vo vzťahu k požiadavkám učebných osnov. Úlohy v *informačnej brožúre* nepokrývajú všetky typy úloh, ktoré môžu byť použité v skúšobnom hárku. Takisto nepredstavujú všetky požiadavky z matematiky, ktoré sú uvedené v programovej osnove. Preto *informačná brožúra* nemusí byť jediným alebo dokonca hlavným usmernením plánovania procesu výučby v škole. Iba realizácia všetkých požiadaviek z učebných osnov, všeobecných ako aj podrobných, môže poskytnúť správnu výuku matematiky žiakov, vrátane ich správnej prípravy na test ôsmakov.

Úlohy v teste

V skúšobnom hárku sa nachádzajú uzavreté i otvorené úlohy. Uzavreté úlohy sú také, v ktorých si žiak vyberá odpovede z uvedených možností. Medzi uzavreté úlohy patria napríklad úlohy s viacerými možnosťami, úlohy typu správne-nesprávne a úlohy s výberom možností.

Otvorené úlohy sú také, v ktorých žiak samostatne formuluje odpoveď. Žiakom predstavené riešenie úlohy musí ilustrovať uvažovanie, obsahovať potrebné výpočty, analýzy alebo závery.

Medzi otvorenými úlohami sú také, ktoré sa budú dať vyriešiť typickým spôsobom, a také, ktoré si budú vyžadovať použitie neštandardných riešení. Žiak bude musieť pomocou vlastných znalostí a schopností vymyslieť a zrealizovať svoj vlastný plán riešenia, ktorý mu umožní vykonať úlohu alebo odpovedať na otázky v úlohe. Pri niektorých úlohách sa bude vyžadovať uviesť odôvodnenie príslušných odpovedí.

Úlohy v teste budú kontrolovať úroveň zvládnutia zručností uvedených v nasledovných všeobecných požiadavkách učebných osnov v rámci všeobecného vzdelávania:

- správnosť výpočtov
- používanie a vytváranie informácií
- používanie a interpretácia reprezentácií
- schopnosť uvažovať a argumentovať.

[1] Nariadenie ministra školstva z 28. júna 2024, ktorým sa mení a dopĺňa nariadenie o učebných osnovách pre predškolské vzdelávanie a o učebných osnovách pre všeobecné vzdelávanie pre základné školy vrátane žiakov so stredne ťažkým alebo ťažkým mentálnym postihnutím, všeobecné vzdelávanie pre prvý stupeň odborných škôl, všeobecné vzdelávanie pre špeciálne školy pripravujúce na prácu a všeobecné vzdelávanie pre vyššie stredné školy (Úr. v. z roku 2024, pol. 996).

POPIS SKÚŠOBNÉHO HÁRKU

Test ôsmakov z matematiky trvá 125 minút.[2] V skúšobnom hárku bude 20 až 21 úloh. Počet úloh a počet bodov, ktoré je možné získať za jednotlivé typ úloh, sú uvedené v nasledujúcej tabuľke.

Typ úloh	Počet úloh	Celkový počet bodov	Podiel na celkovom výsledku
zatvorené	14–15	14–15	cca 50 %
otvorené	5–6	15–16	cca 50 %
SPOLU	20–21	30	100 %

V skúšobnom hárku budú ako prvé uvedené uzavreté úlohy a potom otvorené úlohy.

PRAVIDLÁ HODNOTENIA

Uzavreté úlohy

1 bod – správna odpoveď.

0 bodov – nesprávna (alebo neúplná) odpoveď alebo bez odpovede.

Otvorené úlohy

Za správne riešenie otvorenej úlohy budú môcť žiaci v závislosti od jej zložitosti získať maximálne 2 alebo 3 body. Za každé správne riešenie bude pridelený maximálny počet bodov, aj keď uvedený spôsob riešenia nebol zahrnutý do pravidiel hodnotenia.

Ohodnotenie otvorenej úlohy závisí od toho, ako ďaleko sa študent dostal na ceste k úplnému vyriešeniu. Nižšie sú uvedené príklady pravidiel bodovania riešení otvorených úloh.

Pravidlá bodovania riešenia úlohy, za ktoré môže žiak získať maximálne 3 body:

3 body – úplné riešenie.

2 body – riešenie, v ktorom boli prekonané zásadné ťažkosti úlohy, ale v riešení sa nepokračovalo alebo sa pokračovalo nesprávnou metódou.

1 bod – riešenie, v ktorom bol dosiahnutý významný pokrok, ale neboli prekonané základné ťažkosti úlohy.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Pravidlá bodovania riešenia úlohy, za ktoré môže žiak získať maximálne 2 body:

2 body – úplné riešenie.

1 bod – riešenie, v ktorom bol dosiahnutý významný pokrok.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

[2]Trvanie testu môže byť predĺžené v prípade žiakov, ktorým bola udelená táto úprava podmienok konania skúšky, v súlade s *Oznámením riaditeľa Ústrednej skúšobnej komisie o podrobných spôsoboch úpravy podmienok a foriem vykonania testovania ôsmakov* v danom školskom roku.

2. Príklady úloh s riešeniami

V *Informačnej brožúre* je pre každú úlohu uvedené:

- počet bodov, ktoré je možné získať za jej riešenie (za číslom úlohy)
- najdôležitejšie všeobecné a špecifické požiadavky, ktoré sa v tejto úlohe kontrolujú
- pravidlá hodnotenia riešení úloh
- správne riešenie pre každú uzavretú úlohu a príklady úplných riešení pre každú otvorenú úlohu.

Úloha 1. (0–1)

Katka si všimla, že nástenné hodiny v byte jej starej mamy sa každú hodinu oneskoria o ďalšie 4 minúty. Keď Katkine správne nastavené hodinky ukazovali 9:00, na nástenných hodinách nastavila rovnakú hodinu. Predpokladala, že meškanie hodín je v každej ďalšej štvrťhodine rovnaké.

Aký čas budú nástenné hodiny podľa Katkiných predpokladov ukazovať po uplynutí 2 a trištvrte hodiny od 9:00, ak sa zachová pozorovaná tendencia meškania? Z uvedených odpovedí vyberte správnu odpoveď.

A. 11:34 **B.** 11:37 **C.** 11:41 **D.** 11:56

Všeobecné požiadavky

I. Správnosť výpočtov.
1. Vykonávanie jednoduchých výpočtov spamäti alebo písomne a použitie týchto zručností v praktických situáciách.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XII. Praktické výpočty. Žiak:
3) vykoná jednoduché výpočty času v hodinách, minútach a v sekundách.

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

A

Úloha 2. (0–1)

Marta napísala rímskymi číslicami štyri čísla CLXX, CXC, CCLXX a CCL.

Ktoré z nich je na číselnej osi najbližšie k číslu 200? Z uvedených odpovedí vyberte správnu odpoveď.

A. CLXX **B.** CXC **C.** CCLXX **D.** CCL

Všeobecné požiadavky

I. Správnosť výpočtov.
1. Vykonávanie jednoduchých výpočtov spamäti alebo písomne a použitie týchto zručností v praktických situáciách.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
I. Prirodzené čísla v desiatkovej sústave. Žiak:
5) čísla do 3000 zapísané rímskymi číslicami zapíše v desiatkovej sústave a čísla zapísané v desiatkovej sústave zapíše rímskymi číslicami

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

B

Úloha 3. (0–1)

Do troch rovnakých nádob bolo naliate také množstvo vody, že v prvej nádobe zaberala $\frac{2}{3}$ objemu, v druhej $\frac{3}{4}$ objemu a v tretej $\frac{5}{7}$ objemu nádoby.

Ohodnoťte pravdivosť daných viet. Zvoľte P, ak je veta pravdivá alebo N – ak je nepravdivá.

V druhej nádobe bolo menej vody ako v tretej.	**P**	**N**
V prvej a druhej nádobe bolo spolu rovnaké množstvo vody ako v tretej nádobe.	**P**	**N**

Všeobecné požiadavky

I. Správnosť výpočtov.
1. Vykonávanie jednoduchých výpočtov spamäti alebo písomne a použitie týchto zručností v praktických situáciách.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
IV. Jednoduché zlomky a desatinné čísla. Žiak:
12) porovnáva zlomky (obyčajné a desatinné).

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

NN

Úloha 4. (0–1)

V každom z dvoch vrecúšok je 32 cukríkov: 17 pomarančových, 10 jablkových a 5 jahodových.

Doplňte nasledujúce vety. Vyberte odpoveď spomedzi odpovedí označených písmenami A a B a odpoveď spomedzi odpovedí označených písmenami C a D.

Do prvého vrecúška je potrebné pridať **A/B** jahodové cukríky, aby všetky v ňom nachádzajúce sa jahodové cukríky tvorili 25 % z množstva všetkých cukríkov vo vrecúšku.

A. 3 **B.** 4

Počet pomarančových cukríkov, ktoré je potrebné vybrať z druhého vrecúška, aby zo zostávajúcich cukríkov v ňom bolo 40 %, je **C/D** ako 5.

C. menej ako 5 **D.** viac než 5

Všeobecné požiadavky

III. Používanie a interpretácia reprezentácií.
2. Výber matematického modelu pre jednoduchú situáciu a jeho vytváranie v rôznych kontextoch, vrátane praktického.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
V. Percentuálne výpočty. Žiak:
5) použije percentuálne výpočty na riešenie problémov v praktickom kontexte, aj v prípade dvojnásobného zvýšenia alebo zníženia danej veľkosti.

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

BD

Úloha 5. (0–1)

Za 30 dkg pistáciových orechov bolo zaplatené 15,75 PLN.

Ohodnoťte pravdivosť daných viet. Zvoľte P, ak je veta pravdivá, alebo N – ak je nepravdivá.

Za 40 dkg týchto orechov je potrebné zaplatiť 21 PLN.	**P**	**N**
Cena 1 kg týchto orechov sa rovná 52,50 PLN.	**P**	**N**

Všeobecné požiadavky

I. Správnosť výpočtov.
1. Vykonávanie jednoduchých výpočtov spamäti alebo písomne a použitie týchto zručností v praktických situáciách.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
VII. Priama úmernosť. Žiak:
2) určí hodnotu, ktorú nadobudne priamo úmerné číslo v prípade konkrétneho úmerného vzťahu, napríklad hodnota zakúpeného tovaru v závislosti od počtu jednotiek tovaru.

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

PP

Úloha 6. (0–1)

Doplňte nasledujúce vety. Vyberte odpoveď spomedzi odpovedí označených písmenami A a B a odpoveď spomedzi odpovedí označených písmenami C a D.

Hodnota výrazu $2^3 \cdot 3^2$ sa rovná **A/B**.

A. 36 **B.** 72

Hodnota výrazu $5^3 - 5^2$ sa rovná **C/D.**

C. 5 **D.** 100

Všeobecné požiadavky

I. Správnosť výpočtov.
1. Vykonávanie jednoduchých výpočtov spamäti alebo písomne a použitie týchto zručností v praktických situáciách.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
II. Operácie s prirodzenými číslami. Žiak:
10) vypočíta druhú a tretiu mocninu prirodzených čísel;
11) uplatňuje pravidlá o poradí vykonávaných operácií.

Pravidlá hodnotenia

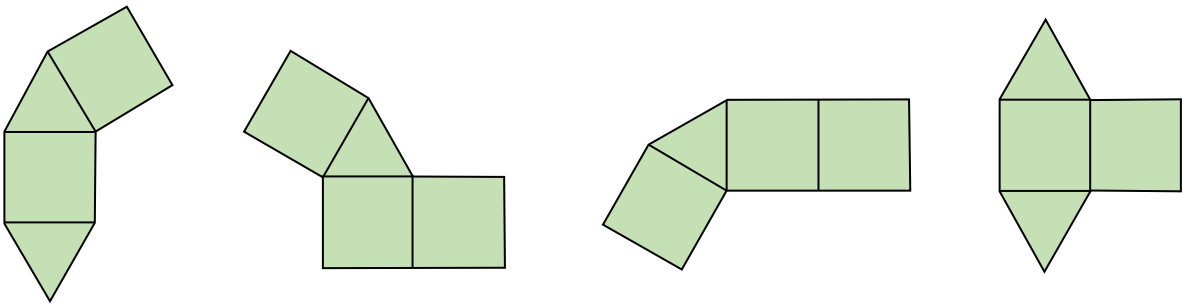
1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

BD

Úloha 7. (0–1)

Vojtech nakreslil štyri útvary (I – IV) zložené zo štvorcov a rovnostranných trojuholníkov (pozri obrázok nižšie). Aby z nich získal plochu hranola, ku každému útvaru plánuje dokresliť jeden štvorec alebo trojuholník.



I II III IV

Z ktorého útvaru nie je možné spôsobom, ktorý Vojtech naplánoval, získať plochu hranola? Z uvedených odpovedí vyberte správnu odpoveď.

A. I **B.** II **C.** III **D.** IV

Všeobecné požiadavky

III. Používanie a interpretácia reprezentácií.
1. Používanie jednoduchých, dobre známych matematických objektov, interpretácia matematických pojmov a manipulácia s matematickými objektmi.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
X. Telesá. Žiak:
3) rozoznáva plochu kolmých hranolov a ihlanov.

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

C

Úloha 8. (0–1)

Hodíme raz hracou kockou.

Aká je pravdepodobnosť, že pri hode tejto kocky padne číslo väčšie ako 2, ale menšie ako 6? Z uvedených odpovedí vyberte správnu odpoveď.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Všeobecné požiadavky

III. Používanie a interpretácia reprezentácií.
2. Výber matematického modelu pre jednoduchú situáciu a jeho vytváranie v rôznych kontextoch, vrátane praktického.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
XII. Úvod do kombinatoriky a pravdepodobnosti. Žiak:
2) vykonáva jednoduché náhodné experimenty, spočívajúce v hádzaní mincou, hracou kockou alebo v žrebovaní loptičky zo sady loptičiek, analyzuje ich a vypočítava pravdepodobnosť udalostí v náhodných experimentoch.

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

B

Úloha 9. (0–1)

Je daný výraz $\frac{2^7 \cdot 2^7}{2^7 + 2^7}$.

Je hodnota tohto výrazu číslo deliteľné 8? Vyberte odpoveď A alebo B a odôvodnite jej výber spomedzi 1, 2 alebo 3.

A.	Áno,	pretože	**1.**	každý z exponentov je nepárny.
			2.	exponent 2^6 nie je deliteľný číslom 8.
B.	Nie,		**3.**	hodnota tohto výrazu môže byť zapísaná v podobe $8 \cdot 2^3$.

Všeobecné požiadavky

IV. Odôvodnenie a argumentácia.
1. Vykonávanie jednoduchých odôvodnení, poskytovanie argumentov odôvodňujúcich správnosť uvažovania, rozlišovanie dôkazu od príkladu.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
I. Mocniny s racionálnym základom. Žiak:
2) násobí a delí mocniny kladnými celočíselnými exponentmi.

Pravidlá hodnotenia

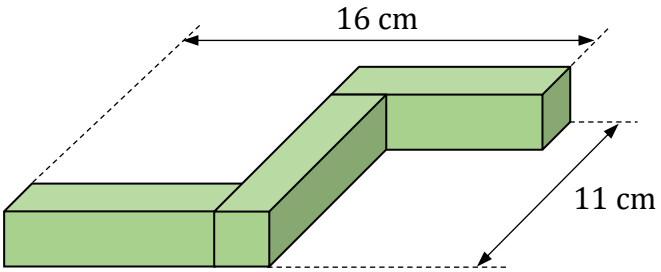
1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

A3

Úloha 10. (0–1)

Witek má tri zhodné kolmé hranolové bloky. V každom z týchto troch blokov sú dve plochy štvorce a ďalšie štyri obdĺžniky. Z týchto blokov vytvoril teleso znázornené na obrázku.



Ohodnoťte pravdivosť daných viet. Zvoľte P, ak je veta pravdivá alebo N – ak je nepravdivá.

Dlhšie okraje kolmých hranolov majú 8 cm.	**P**	**N**
Objem jedného z hranolov sa rovná 72 cm^3.	**P**	**N**

Všeobecné požiadavky

II. Používanie a vytváranie informácií.
1. Čítanie a interpretácia údajov prezentovaných v rôznych formách a ich spracovanie.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XI. Výpočty v geometrii. Žiak:
5) vypočíta objem a povrch plochy hranola s danými dĺžkami stien.

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

PP

Úloha 11. (0–1)

Nápoj bol vytvorený zriedením 450 ml šťavy s vodou v pomere 1 : 10.

Aké množstvo nápoja bolo vytvorené? Z uvedených odpovedí vyberte správnu odpoveď.

A. Viac ako 4 litre, ale menej ako 4,5 litra.
B. Presne 4,5 litra.
C. Viac ako 4,5 litra ale menej ako 5 litrov.
D. Presne 5 litrov.
E. Viac ako 5 litrov.

Všeobecné požiadavky

III. Používanie a interpretácia reprezentácií.
1. Používanie jednoduchých, dobre známych matematických objektov, interpretácia matematických pojmov a manipulácia s matematickými objektmi.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
VII. Priama úmernosť. Žiak:
2) určí hodnotu, ktorú nadobudne priamo úmerné číslo v prípade konkrétneho úmerného vzťahu, napríklad hodnota zakúpeného tovaru v závislosti od počtu jednotiek tovaru.

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

C

Úloha 12. (0–1)

Sú dané tri výrazy:

$$F = x - (2x + 5) \qquad G = 6 - (-3x + 2) \qquad H = 5 - (2x + 4)$$

Dokončite vetu. Z uvedených odpovedí vyberte správnu odpoveď.

Pre každú hodnotu *x* platí rovnica

A. $F + G = H$
B. $F + H = G$
C. $G + H = F$
D. $F + G + H = 0$

Všeobecné požiadavky

III. Používanie a interpretácia reprezentácií.
1. Používanie jednoduchých, dobre známych matematických objektov, interpretácia matematických pojmov a manipulácia s matematickými objektmi.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
IV. Transformácia algebrických výrazov. Algebrické súčty a operácie s nimi. Žiak:
2) sčítava a odpočítava algebrické súčty krátením podobných výrazov.

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

D

Úloha 13. (0–1)

Zapísaný je súčet 16 rovnakých komponentov:

$$\underbrace{2+2+2+\ldots+2}_{\text{16 komponentov}}$$

Dokončite vetu. Z uvedených odpovedí vyberte správnu odpoveď.

Hodnota tohto súčtu sa rovná

A. 2^4 **B.** 2^5 **C.** 2^8 **D.** 2^{16}

Všeobecné požiadavky

II. Používanie a vytváranie informácií.
1. Čítanie a interpretácia údajov prezentovaných v rôznych formách a ich spracovanie.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII a VIII
I. Mocniny s racionálnym základom. Žiak:
1) zapíše súčin rovnakých faktorov v podobe mocniny s celočíselným kladným exponentom.

Pravidlá hodnotenia

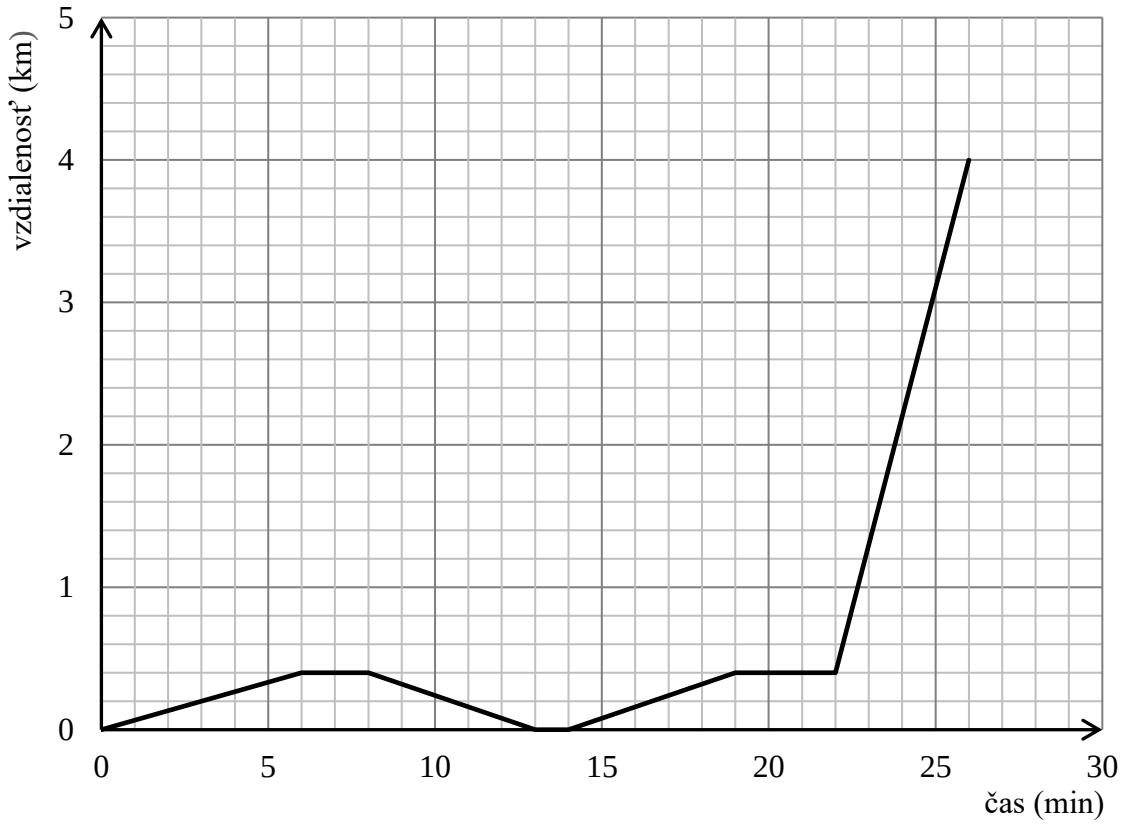
1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

B

Informácie pre úlohy 14. a 15.

Matúš býva 4 km od školy. Časť cesty do školy ide peši smerom k autobusovej zastávke. Tam čaká na autobus, potom doň nastúpi a ide do školy. Jedného dňa, keď už bol na autobusovej zastávke, zistil, že si zabudol vziať zošit, tak sa poň vrátil domov. Graf ukazuje, ako sa v ten deň menila Matúšova vzdialenosť v závislosti od času.



Úloha 14. (0–1)

Dokončite vetu. Z uvedených odpovedí vyberte správnu odpoveď.

Od chvíle, keď sa Matúš vybral zo zastávky smerom domov, až kým sa dostal späť na zastávku, uplynulo

A. 11 minút. **B.** 13 minút. **C.** 14 minút. **D.** 16 minút.

Všeobecné požiadavky

II. Používanie a vytváranie informácií.
1. Čítanie a interpretácia údajov prezentovaných v rôznych formách a ich spracovanie.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
XIII. Čítanie údajov a prvky deskriptívnej štatistiky. Žiak:
1) interpretuje údaje predstavené pomocou tabuliek, stĺpcových a koláčových grafov, diagramov, vrátane grafov v súradnicovom systéme.

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie
A

Úloha 15. (0–1)
Ohodnoťte pravdivosť daných viet. Zvoľte P, ak je veta pravdivá alebo N – ak je nepravdivá.

Matúšov dom sa nachádza 400 m od autobusovej zastávky.	**P**	**N**
Autobus prekonal dráhu medzi zastávkami rýchlosťou $54\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.	**P**	**N**

Všeobecné požiadavky
II. Používanie a vytváranie informácií.
1. Čítanie a interpretácia údajov prezentovaných v rôznych formách a ich spracovanie.

Podrobné požiadavky
ROČNÍK IV. – VI.
XII. Praktické výpočty. Žiak:
9) v praktickej situácii vypočíta: vzdialenosť pri danej rýchlosti a čase, rýchlosť pri danej dráhe a čase, čas pri danej dráhe a rýchlosti a použije jednotky rýchlosti km/h a m/s.
ROČNÍK VII. a VIII.
XIII. Čítanie údajov a prvkov deskriptívnej štatistiky. Žiak:
1) interpretuje údaje predstavené pomocou tabuliek, stĺpcových a koláčových grafov, diagramov, vrátane grafov v súradnicovom systéme.

Pravidlá hodnotenia
1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie
PP

Úloha 16. (0–1)

Sú dané štyri čísla: $\sqrt{2}, \sqrt{8}, -\sqrt{10}, -\sqrt{18}$. Súčet troch z nich je rovný 0.

Ktoré číslo je potrebné zmazať, aby sa súčet zvyšných troch čísel rovnal 0? Z uvedených odpovedí vyberte správnu odpoveď.

A. $\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{8}$ **C.** $-\sqrt{10}$ **D.** $-\sqrt{18}$

Všeobecné požiadavky

I. Správnosť počtov.
1. Vykonávanie jednoduchých výpočtov spamäti alebo písomne a použitie týchto zručností v praktických situáciách.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
II. Odmocniny. Žiak:
(2) odhaduje veľkosť danej druhej alebo tretej odmocniny a aritmetického výrazu obsahujúceho odmocniny.

Pravidlá hodnotenia

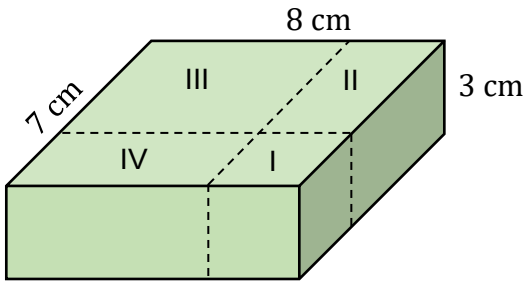
1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

C

Úloha 17. (0–1)

Na obrázku je zobrazený hranol s rozmermi 8 cm, 7 cm a 3 cm a spôsob, akým je rozdelený na štyri časti: kocku (I) a tri kolmé hranoly (II, III, IV).



Dokončite vetu. Z uvedených odpovedí vyberte správnu odpoveď.

Objem kvádra II sa rovná

A. 27 cm^3 **B.** 36 cm^3 **C.** 45 cm^3 **D.** 60 cm^3

Všeobecné požiadavky

IV. Odôvodnenie a argumentácia.
3. Využívanie stratégií vyplývajúcich z obsahu úlohy, vytváranie stratégie riešenia problému aj vo viackrokových riešeniach a v takých, ktoré si vyžadujú zručnosti spájania znalostí z rôznych oblastí matematiky.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XI. Výpočty v geometrii. Žiak:
5) vypočíta objem a povrch plochy kolmého hranola s danými dĺžkami stien.

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

B

Úloha 18. (0–1)

Na predstavenie boli dostupné základné lístky v rovnakej cene a zľavnené lístky, z ktorých každý stál približne o 50 % menej ako základný. Anna za 3 základné lístky a 2 zľavnené lístky zaplatila 120 PLN. Na rovnaké predstavenie Jacek kúpil 2 základné lístky a 3 zľavnené lístky a Marek kúpil 2 základné lístky a 1 zľavnený.

Doplňte nasledujúce vety. Spomedzi odpovedí označených písmenami A a B a odpovedí označených písmenami C a D vyberte odpoveď.

Jacek zaplatil za vstupenky **A** / **B**. **A.** 120 PLN **B.** 105 PLN

Anna zaplatila za lístky o **C** / **D** viac ako Marek. **C.** 45 PLN **D.** 30 PLN

Všeobecné požiadavky

III. Používanie a interpretácia reprezentácií.
2. Výber matematického modelu pre jednoduché situácie a jeho vytváranie v rôznych kontextoch, vrátane praktického.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
VI. Rovnice s jednou neznámou. Žiak:
4) rieši slovnú úlohu pomocou rovníc prvého stupňa s jednou neznámou, vrátane percentuálnych výpočtov.

Pravidlá hodnotenia

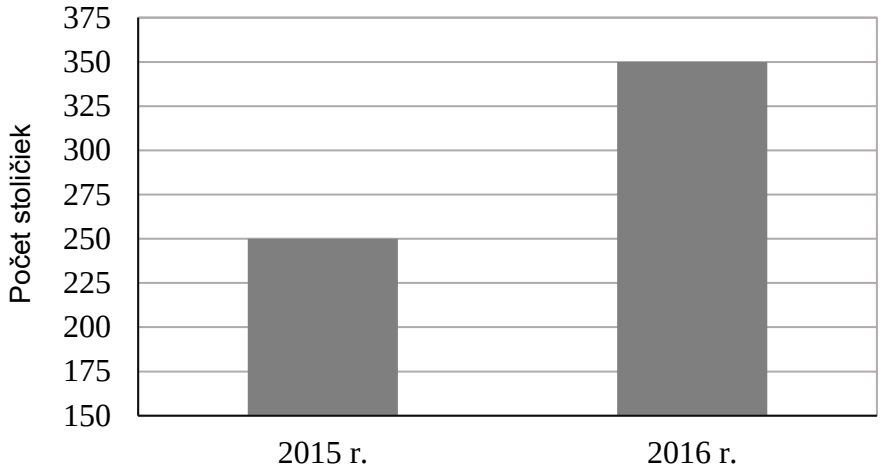
1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

BC

Úloha 19. (0–1)

Diagram ukazuje výrobu stoličiek v spoločnosti *Mebelix* v rokoch 2015 a 2016.



Bol počet stoličiek vyrobených v roku 2016 o 100% vyšší ako počet stoličiek vyrobených v roku 2015? Vyberte odpoveď A alebo B a odôvodnite jej výber spomedzi 1., 2. alebo 3.

A	Áno,	pretože	**1.**	druhý stĺpec v grafe je 2-krát vyšší ako prvý.
			2.	počet stoličiek vyrobených v roku 2016 je o 40 % väčší ako počet stoličiek vyrobených v roku 2015.
B	Nie,		**3.**	v roku 2016 bolo vyrobených o 100 stoličiek viac ako v roku 2015.

Všeobecné požiadavky

IV. Odôvodnenie a argumentácia.
1. Vykonávanie jednoduchých odôvodnení, poskytovanie argumentov odôvodňujúcich správnosť uvažovania, rozlišovanie dôkazu od príkladu.

Osobitné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
V. Percentuálne výpočty. Žiak:
5) použije percentuálne výpočty na riešenie problémov v praktickom kontexte, aj v prípade dvojnásobného zvýšenia alebo zníženia danej kapacity.
XIII. Čítanie údajov a prvkov deskriptívnej štatistiky. Žiak:
1) interpretuje údaje predstavené pomocou tabuliek, stĺpcových a koláčových grafov, diagramov, vrátane grafov v súradnicovom systéme.

Pravidlá hodnotenia

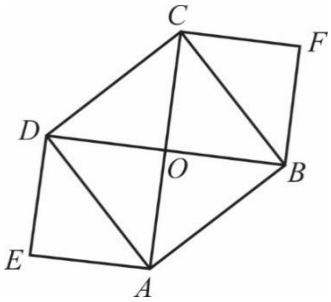
1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

B2

Úloha 20. (0–1)

Na obrázku sú štvorce *ABCD*, *EAOD* a *BFCO.* Bod *O* je priesečníkom uhlopriečok štvorca *ABCD*.



Ohodnoťte pravdivosť daných viet. Zvoľte P, ak je veta pravdivá, alebo N – ak je nepravdivá.

Obsah štvorca *ABCD* je rovný súčtu obsahov štvorcov *EAOD* a *BFCO.*	**P**	**N**
Obvod štvorca *ABCD* sa rovná súčtu dĺžok uhlopriečok štvorca *EAOD* a *BFCO.*	**P**	**N**

Všeobecné požiadavky

II. Používanie a vytváranie informácií.
1. Čítanie a interpretácia údajov prezentovaných v rôznych formách a ich spracovanie.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
IX. Mnohouholníky, kruhy a kružnice. Žiak:
5) pozná najdôležitejšie vlastnosti štvorca, obdĺžnika, kosoštvorca, rovnobežníka a lichobežníka, rozpoznáva osovo symetrické telesá a označuje osi súmernosti útvarov.

Pravidlá hodnotenia

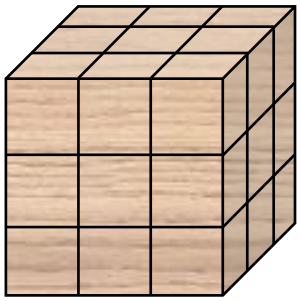
1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

PP

Úloha 21. (0–1)

Drevená kocka s hranou 30 cm je rozdelená na 27 rovnakých menších kociek. Z ôsmich takýchto malých kociek bol vytvorený nový hranol.



Ohodnoťte pravdivosť daných viet. Zvoľte P, ak je veta pravdivá, alebo N – ak je nepravdivá.

Povrch nového hranola sa rovná 4800 cm^2.	**P**	**N**
Objem nového hranola sa rovná 8000 cm^3.	**P**	**N**

Všeobecné požiadavky

II. Používanie a vytváranie informácií.
1. Čítanie a interpretácia údajov prezentovaných v rôznych formách a ich spracovanie.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XI. Výpočty v geometrii. Žiak:
5) vypočíta objem a povrch plochy hranola s danými dĺžkami stien.

Pravidlá hodnotenia

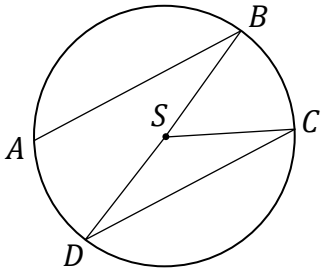
1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

NP

Úloha 22. (0–1)

Na kružnici so stredom v bode S boli označené body A, B, C, D a následne boli nakreslené úsečky AB, BD, DC a CS (pozri obrázok).



Dokončite nasledujúce vety. Vyberte odpoveď z tých, ktoré sú označené písmenami A B a z tých, ktoré sú označené písmenami C a D.

TrojuholníkDCS | **A** | **B** | rovnoramenný.

A. je

B. nie je

Dĺžka úsečky DB sa rovná | **C**. | **D** |

C. súčtu dĺžky úsečiek DS a CS

D. dĺžke úsečky AB

Všeobecné požiadavky

III. Používanie a interpretácia reprezentácií.
1. Používanie jednoduchých, dobre známych matematických objektov, interpretácia matematických pojmov a manipulácia s matematickými objektmi.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
IX. Mnohouholníky, kruhy a kružnice. Žiak:
1) identifikuje a pomenuje ostrouhlé, pravouhlé, tupouhlé, rovnostranné a rovnoramenné trojuholníky;
6) na obrázku označí tetivu, priemer a polomer kruhu a kružnice.

Pravidlá hodnotenia

1 bod – správna odpoveď.
0 bodov – nesprávna alebo neúplná odpoveď alebo žiadna odpoveď.

Riešenie

AC

Úloha 23. (0–2)

Odôvodnite, prečo prvý septembrový a prvý decembrový deň rovnakého roka pripadajú na rovnaký deň v týždni.

Všeobecné požiadavky

IV. Odôvodnenie a argumentácia.
2. Zaregistrovanie pravidelnosti, podobnosti a analógie a formulovanie záverov na ich základe.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XII. Praktické výpočty. Žiak:
4) vykonáva jednoduché kalendárové výpočty na dňoch, týždňoch, mesiacoch, rokoch.

Pravidlá hodnotenia

2 body – úplné riešenie: sformulovanie správneho odôvodnenia, že prvý september a prvý december toho istého roka pripadajú na ten istý deň v týždni..

1 bod – uvedenie, že od 1. septembra do 1. decembra uplynie 91 dní,
ALEBO
uvedenie, že 1. december pripadá na ten istý vybraný deň týždňa ako 1. september

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplného riešenia

Prvý spôsob

September	30 dní
Október	31 dní
November	30 dní
Spolu:	91 dní

91 : 7 = 13

Od 1. septembra do 1. decembra uplynie presne 13 týždňov, takže 1. september pripadá na rovnaký deň v týždni ako 1. december.

Druhý spôsob

Predpokladajme, že 1. september pripadne na pondelok, takže ďalšie pondelky budú: 8., 15., 22. a 29. septembra, 6., 13., 20. a 27. októbra, 3., 10., 17. a 24. novembra a 1. decembra.

Z toho vyplýva, že 1. september a 1. december pripadajú na rovnaký deň v týždni. To isté platí, keď 1. september pripadne na utorok, stredu a tak ďalej – 1. december vždy pripadá na rovnaký deň v týždni ako 1. september.

Úloha 24. (0–3)

V tabuľke sú uvedené informácie o dvoch druhoch čaju, ktorý pije rodina Novákovcov.

Druh balenia	Obsah balenia	Cena balenia	Množstvo čaju, ktorý treba na vylúhovanie jednej šálky čaju
čajové vrecúška	50 vreciek	8,50 PLN	1 vrecko
sypaný čaj	50 g	5,00 PLN	2 g

Rodina vypije v priemere 12 šálok čaju denne a má v úmysle kúpiť čo najmenšie množstvo balení jedného druhu čaju, aby vydržalo 30 dní.

Vypočítajte náklady na nákup sypaného čaju a náklady na nákup čaju vo vrecúškach. Výpočty si zapíšte.

Všeobecné požiadavky

III. Používanie a interpretácia reprezentácií.
2. Výber matematického modelu pre jednoduché situácie a jeho vytváranie v rôznych kontextoch, vrátane praktického.

Osobitné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XIV. Slovné úlohy. Žiak:
5) na vyriešenie úloh zasadených do praktického kontextu využíva nadobudnuté znalosti z aritmetiky a geometrie a nadobudnuté zručnosti počítania, ako aj vlastné správne metódy.

Pravidlá hodnotenia

3 body – úplné riešenie: správna metóda výpočtu nákladov na nákup obidvoch druhov čaju na 30 dní, správne výpočty ***a*** správny číselný výsledok (čaj vo vrecúškach: 68 PLN, sypaný čaj: 75 PLN).

2 body – správna metóda výpočtu nákladov na nákup čaju vo vrecúškach ***a*** sypaného čaju na 30 dní
ALEBO
výpočet nákladov na nákup čaju vo vrecúškach na 30 dní (68 PLN),
ALEBO
výpočet nákladov na nákup sypaného čaju na 30 dní (75 PLN).

1 bod – správna metóda výpočtu počtu balení jedného druhu čaju na 30 dní.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplného riešenia

Prvý spôsob

Rodina vypije v priemere 12 šálok čaju denne.

Na prípravu jednej šálky čaju je potrebné jedno čajové vrecko Vypočítame, koľko čajových vrecúšok je potrebných na 30 dní:

1 deň — 12 vreciek
30 dní — 360 vreciek
V 1 balení je 50 čajových vrecúšok. Vypočítame, koľko balení čajových vrecúšok treba kúpiť:
$360 : 50 = 7{,}2$
Je potrebné kúpiť 8 balení čaju vo vrecúškach. Vypočítame náklad na nákup 8 balení tohto čaju:.
$8 \cdot 8{,}50 = 68\ (PLN)$

Na prípravu jednej šálky čaju sú potrebné 2 g sypaného čaju.
Vypočítame, koľko gramov sypaného čaju je potrebných na 30 dní:
1 deň — $12 \cdot 2\ \text{g} = 24\ \text{g}$
30 dní — $30 \cdot 24\ \text{g} = 720\ \text{g}$
V 1 balení je 50 g sypaného čaju. Vypočítame, koľko balení sypaného čaju je potrebných kúpiť:
$720 : 50 = 14$ zvyšok 20
Je potrebné kúpiť 15 balení čaju. Vypočítame náklady na nákup 15 balení tohto čaju

$$15 \cdot 5 = 75\ (PLN)$$

Odpoveď: Za čajové vrecúška je potrebné zaplatiť 68 PLN a za sypaný čaj 75 PLN.

Druhý spôsob

Čajové vrecúška:

12 čajových vrecúšok stačí na 1 deň
1 balenie je 50 vrecúšok – stačí na 4 dni a zostanú ešte 2 vrecúška
$6 \cdot 4$ dni = 24 dní a $6 \cdot 2$ vrecúšok = 12 vrecúšok (1 deň)
Na 25 dní je potrebné kúpiť 6 balení.
Na ďalších 5 dní sú potrebné 2 balenia.
Na 30 dní treba kúpiť 8 balení.

$$8 \cdot 8{,}50 = 68\ (PLN)$$

Sypaný čaj:

1 deň — $12 \cdot 2\ \text{g} = 24\ \text{g}$
1 balenie obsahuje 50 g, čo stačí na 2 dni a zostanú 2 gramy
15 balení — 30 dní a zostane ešte 30 g
14 balení — 29 dní a 4 g
Chýba 20 g, takže treba kúpiť 15 balení.

$$15 \cdot 5 = 75\ (PLN)$$

Odpoveď: Za čajové vrecúška je potrebné zaplatiť 68 PLN a za sypaný čaj 75 PLN.

Tretí spôsob

Čajové vrecúška:

1 deň — 12 vreciek
30 dní — 360 vreciek
$360 : 50 = 7$ zvyšok 10
Na 30 dní je preto potrebné kúpiť 8 balení.

$$8 \cdot 8{,}50 = 68\ (PLN)$$

Sypaný čaj:

1 deň — 12 čajov
30 dní — 360 čajov
1 deň — $12 \cdot 2\ \text{g} = 24\ \text{g}$
$50\ \text{g} : 2 = 25\ \text{g}$ – jedno balenie sypaného čaju stačí na 25 čajov
$360 : 25 = 14$ zvyšok 10
Je potrebné kúpiť 15 balení.

$$15 \cdot 5 = 75\ (PLN)$$

Odpoveď: Za čajové vrecúška je potrebné zaplatiť 68 PLN a za sypaný čaj 75 PLN.

Štvrtý spôsob

Čajové vrecúška:

12 vreciek je potrebných na 1 deň
$30 \cdot 12 = 360$ — počet čajových vrecúšok potrebných na 30 dní
1 balenie obsahuje 50 čajových vrecúšok
$7 \cdot 50 = 350$ čajových vrecúšok — nestačí na 30 dní
$8 \cdot 50 = 400$ čajových vrecúšok — stačí na 30 dní
Je potrebné kúpiť 8 balení tohto čaju.
$8 \cdot 8{,}50 = 68\ (PLN)$

Sypaný čaj:

1 deň — $12 \cdot 2\ \text{g} = 24\ \text{g}$
$30 \cdot 24\ \text{g} = 720\ \text{g}$ — počet gramov čaju potrebných na 30 dní
$14 \cdot 50 = 700\ \text{g}$ — nestačí na 30 dní
$15 \cdot 50 = 750\ \text{g}$ — stačí na 30 dní
Je potrebné kúpiť 15 balení tohto čaju.
$15 \cdot 5\ \text{PLN} = 75$ *(PLN)*

Odpoveď: Za čajové vrecúška je potrebné zaplatiť 68 PLN a za sypaný čaj 75 PLN.

Piaty spôsob

Čajové vrecúška:

$8{,}50 : 50 = 0{,}17$ PLN/1 vrecúško

$$0{,}17 \cdot 30 \cdot 12 = 61{,}20\ (PLN)$$
$$61{,}20 : 8{,}50 = 7{,}2$$

Na 30 dní treba kúpiť 8 balení.

$$8 \cdot 8{,}50 = 68\ (PLN)$$

Sypaný čaj:

$5 : 50 = 0{,}10\ (PLN)$/1 g

$$0{,}10 \cdot 30 \cdot 12 \cdot 2 = 72\ (PLN)$$
$$72 : 5 = 14{,}4$$

Na 30 dní potrebné kúpiť 15 balení.

$$15 \cdot 5\ zł = 75\ (PLN)$$

Odpoveď: Za čajové vrecúška je potrebné zaplatiť 68 PLN a za sypaný čaj 75 PLN.

Šiesty spôsob

Čajové vrecúška:

na 1 deň je potrebných 12 vrecúšok, to znamená, že na 30 dní vystačí 360 vrecúšok

$360 - 50 = 310$ — 1. balenie
$310 - 50 = 260$ — 2. balenie
$260 - 50 = 210$ — 3. balenie
$210 - 50 = 160$ — 4. balenie
$160 - 50 = 110$ — 5. balenie
$110 - 50 = 60$ — 6. balenie
$60 - 50 = 10$ — 7. balenie
10 — 8. balenie

$$8 \cdot 8{,}50 = 68\ (PLN)$$

Sypaný čaj:

na 1 deň je potrebných $12 \cdot 2\ \text{g} = 24\ \text{g}$, takže na 30 dní: $30 \cdot 24\ \text{g} = 720\ \text{g}$

$720 - 50 = 670$ — 1. balenie
$670 - 50 = 620$ — 2. balenie
$620 - 50 = 570$ — 3. balenie
$570 - 50 = 520$ — 4. balenie
$520 - 50 = 470$ — 5. balenie
$470 - 50 = 420$ — 6. balenie
$420 - 50 = 370$ — 7. balenie
$370 - 50 = 320$ — 8. balenie
$320 - 50 = 270$ — 9. balenie
$270 - 50 = 220$ — 10. balenie
$220 - 50 = 170$ — 11. balenie
$170 - 50 = 120$ — 12. balenie
$120 - 50 = 70$ — 13. balenie
$70 - 50 = 20$ — 14. balenie
20 — 15. balenie

$$15 \cdot 5\ zł = 75\ (PLN)$$

Odpoveď: Za čajové vrecúška je potrebné zaplatiť 68 PLN a za sypaný čaj 75 PLN.

Úloha 25. (0–3)

V sústave súradníc sú v rovine dané body: $K = (-2, 8)$ a $M = (4, 6)$.

Vypočítajte súradnice bodu *P tak*, že jeden z troch bodov *P*, *K*, *M* je stredom úsečky s koncami v dvoch ďalších uvedených bodoch. Uveďte všetky možnosti.

Všeobecné požiadavky

IV. Odôvodnenie a argumentácia.
3. Využívanie stratégií vyplývajúcich z obsahu úlohy, vytváranie stratégie riešenia problému aj vo viackrokových riešeniach a v takých, ktoré si vyžadujú zručnosti spájania znalostí z rôznych oblastí matematiky.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
X. Číselná os. Súradnicový systém v rovine. Žiak:
4) nájde stred úsečky, ktorej konce majú súradnice (celé alebo racionálne) a nájde súradnice druhého konca úsečky, keď je daný jeden koniec a stred.

Pravidlá hodnotenia

3 body – úplné riešenie: zváženie všetkých možností polohy bodu P, správne riešenie ***a*** správne číselné výsledky $(1, 7)$, $(-8, 10)$, $(10, 4)$.

2 body – zváženie **všetkých** možností polohy bodu P ***a*** správna metóda určenia všetkých možných súradníc (x, y) tohto bodu
ALEBO
zváženie **dvoch** možností polohy bodu P ***a*** správna metóda určenia možných súradníc (x, y) tohto bodu ***a*** správne číselné výsledky: $(1, 7)$; $(-8, 10)$ alebo $(1, 7)$; $(10, 4)$ alebo $(-8, 10)$; $(10, 4)$.

1 bod – zváženie **jednej** z možností polohy bodu P ***a*** správny spôsob určenia súradníc (x, y) tohto bodu.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplného riešenia

Existujú tri možnosti pre polohu bodov *P, K* a *M*.

- Bod $P=(x,y)$ je stredom úsečky *KM*.

$$x=\frac{-2+4}{2} \qquad y=\frac{8+6}{2}$$
$$x=1 \qquad y=7$$
$$P=(1,7)$$

- Bod *K* je stredom úsečky *PM*, kde $P=(x,y)$.

$$\frac{x+4}{2}=-2 \qquad \frac{y+6}{2}=8$$
$$x+4=-4 \qquad y+6=16$$
$$x=-8 \qquad y=10$$
$$P=(-8,10)$$

- Bod *M* je stredom úsečky *PK*, kde $P=(x,y)$.

$$\frac{x-2}{2}=4 \qquad \frac{y+8}{2}=6$$
$$x-2=8 \qquad y+8=12$$
$$x=10 \qquad y=4$$
$$P=(10,4)$$

Odpoveď: Bod *P* môže mať súradnice $(1,7)$, $(-8,10)$ alebo $(10,4)$.

Úloha 26. (0–2)

Tabuľka ukazuje nákupnú a predajnú cenu dvoch mien v zmenárni *Pik*.

	Nákup	Predaj
1 dolár	4,18 PLN	4,25 PLN
1 britská libra	5,10 PLN	5,22 PLN

Martin si chce zameniť 400 britských libier za americké doláre. Na to je potrebné najprv vymeniť libry za zloté a potom získané zloté za doláre.

Vypočítajte, koľko dolárov dostane Martin, ak si zamení menu v zmenárni *Pik*.

Zapíšte si výpočty.

Všeobecné požiadavky

II. Používanie a vytváranie informácií.
1. Čítanie a interpretácia údajov prezentovaných v rôznych formách a ich spracovanie.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XIV. Slovné úlohy. Žiak:
5) na vyriešenie úloh zasadených do praktického kontextu využíva nadobudnuté znalosti z aritmetiky a geometrie a nadobudnuté zručnosti počítania, ako aj vlastné správne metódy.

Pravidlá hodnotenia

2 body – úplné riešenie: správna metóda výpočtu sumy (v dolároch), ktorú dostane Martin v zmenárni *Pik*, správne výpočty ***a*** správny číselný výsledok (480).

1 bod – správna metóda výpočtu sumy (v zlotých), za ktorú odkúpila zmenáreň 400 britských libier,
ALEBO
správna metóda výpočtu sumy (v dolároch), za ktorú Martin dostane 1 britskú libru,

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplného riešenia

Prvý spôsob

Vypočítame, koľko zlotých dostane Martin za 400 britských libier:

$$400 \cdot 5{,}10 = 2040\ (PLN)$$

Vypočítame, koľko dolárov dostane Martin za 2040 zlotých:

$2040 : 4{,}25 = 480$

Odpoveď: Za 400 britských libier Martin dostane 480 dolárov.

Druhý spôsob

Zmenáreň kúpi od Martina 1 britskú libru za $5{,}10$ PLN a predá mu doláre po 4,25 PLN.

Vypočítame, koľko dolárov dostane Martin za jednu libru:

$$5{,}10 : 4{,}25 = 1{,}20$$

Za každú libru Martin dostane 1,2 dolára.

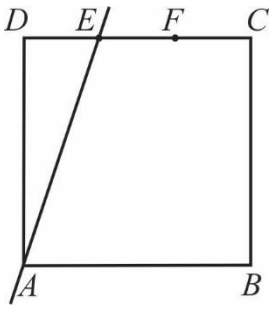
Vypočítame, koľko dolárov dostane Martin za 400 libier

$400 \cdot 1{,}20 = 480$

Odpoveď: Za 400 britských libier Martin dostane 480 dolárov.

Úloha 27. (0–2)

Strana *CD* štvorca *ABCD* je rozdelená bodmi *E* a *F* na tri úsečky rovnakej dĺžky. Cez vrchol *A štvorca* a bod *E* prebiehajú priamky (pozri obrázok). Plocha trojuholníka *AED* je 24 cm^2.



Vypočítajte plochu štvorca *ABCD*. Zapíšte výpočty.

Všeobecné požiadavky

IV. Odôvodnenie a argumentácia.
2. Zaregistrovanie pravidelnosti, podobnosti a analógie a formulovanie záverov na ich základe.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XI. Výpočty v geometrii. Žiak:
2) vypočíta plochu: trojuholníka, štvorca, obdĺžnika, kosoštvorca, rovnobežníka, lichobežníka, znázornených na obrázku a v praktických situáciách vrátane údajov vyžadujúcich zmenu jednotiek.

Pravidlá hodnotenia

2 body – úplné riešenie: správna metóda výpočtu obsahu štvorca $ABCD$, správne výpočty a správny číselný výsledok v súlade s použitou jednotkou ($144\ \text{cm}^2$).

1 bod – zápis, že obsah štvorca je 6-krát väčší ako obsah trojuholníka AED,
ALEBO
zápis, že obsah polovice štvorca je 3-krát väčší ako obsah trojuholníka AED,
ALEBO
výpočet dĺžky jednej z odvesien trojuholníka AED.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

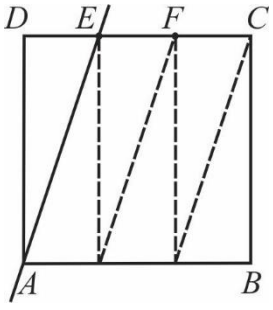
Príklady úplného riešenia

Prvý spôsob

Všimnime si, že štvorec *ABCD* možno rozdeliť na 6 trojuholníkov zhodných s trojuholníkom *AED*.
Vypočítame obsah štvorca *ABCD*:

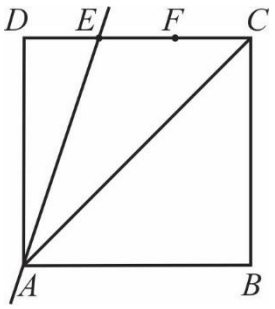
$$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\text{cm}^2)$$

Odpoveď: Obsah štvorca *ABCD* sa rovná 144 cm^2.



Druhý spôsob

Všimnime si, že trojuholník *AED* má plochu 3-krát menšiu ako je plocha polovice štvorca. Preto je 6-krát menšia od plochy štvorca *ABCD.*



$$P = 6 \cdot 24 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpoveď: Obsah štvorca *ABCD* sa rovná 144 cm^2.

Tretí spôsob

Označme dĺžku strany trojuholníka *DE* ako *a*. Potom bude mať strana trojuholníka *DA* dĺžku 3*a*.
Zapíšeme a vyriešime rovnicu pomocou vzorca na výpočet obsahu trojuholníka:

$$24 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a$$

$$3a^2 = 48$$

$$a = 4$$

$$3a = 3 \cdot 4 = 12$$

$$P = 12^2 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpoveď: Obsah štvorca *ABCD* sa rovná 144 cm^2.

Štvrtý spôsob

Označme dĺžku strany AD trojuholníka ako x. Strana DE trojuholníka bude mať vtedy dĺžku $\frac{1}{3}x$.
Zapíšeme a vyriešime rovnicu pomocou vzorca na výpočet obsahu trojuholníka:

$$24 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}x \cdot x$$

$$\frac{1}{6}x^2 = 24$$

$$x = 12$$

$$P = 12^2 = 144\ (\mathrm{cm}^2)$$

Odpoveď: Obsah štvorca $ABCD$ sa rovná $144\ \mathrm{cm}^2$.

Úloha 28. (0–2)

V prvej nádrži bolo štyrikrát viac vody ako v druhej. Do každej nádrže sa nalialo po 6 litrov vody. Teraz je v prvej nádrži dvakrát viac litrov vody ako v druhej nádrži.

Vypočítajte, koľko vody je teraz v oboch nádržiach spolu. Zapíšte výpočty.

Všeobecné požiadavky

III. Použitie a interpretácia zastúpenia.
2. Výber matematického modelu pre jednoduché situácie a jeho vytváranie v rôznych kontextoch, vrátane praktického.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
VI. Rovnice s jednou neznámou. Žiak:
4) vyrieši slovnú úlohu pomocou rovníc prvého stupňa s jednou neznámou, vrátane percentuálneho výpočtu.

Pravidlá hodnotenia

2 body – úplné riešenie: správna metóda výpočtu celkového počtu litrov vody v obidvoch nádržiach, správny výpočet ***a*** správny číselný výsledok v súlade s použitou jednotkou (27 litrov).

1 bod – správna metóda výpočtu počiatočného počtu litrov vody v prvej nádrži
ALEBO
správna metóda výpočtu pôvodného počtu litrov vody v druhej nádrži.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplného riešenia

Prvý spôsob

Počiatočné množstvo vody (v litroch) v druhej nádrži označíme ako x a počiatočné množstvo vody (v litroch) v prvej nádrži označíme ako $4x$.
Vypočítame, koľko litrov vody bolo na začiatku v druhej nádrži. Zapíšeme a vyriešime rovnicu:

$$4x + 6 = 2(x + 6)$$
$$4x + 6 = 2x + 12$$
$$x = 3$$

V druhej nádrži boli na začiatku 3 litre vody.
V prvej nádrži boli na začiatku $4 \cdot 3 = 12$ litre vody.

Vypočítame, koľko litrov vody bolo po doliatí po 6 litrov vody do každej nádrže:
v prvej nádrži:

$12 + 6 = 18$ (litrov)

v druhej nádrži:

$3 + 6 = 9$ (litrov)

Vypočítame, koľko litrov vody je spolu v oboch nádržiach:

$18 + 9 = 27$

Odpoveď: v oboch nádržiach je spolu 27 litrov vody.

Druhý spôsob

Počiatočný objem vody (v litroch) v prvej nádrži označíme ako x a počiatočný objem vody (v litroch) v druhej nádrži ako $\frac{1}{4}x$.
Zapíšeme a vyriešime rovnicu:

$$x + 6 = 2\left(\frac{1}{4}x + 6\right)$$
$$x + 6 = \frac{1}{2}x + 12$$
$$\frac{1}{2}x = 6$$
$$x = 12$$

V prvej nádrži bolo na začiatku 12 litrov vody a v druhej $\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$ litre vody.

Po naliatí 6 litrov vody je teda:

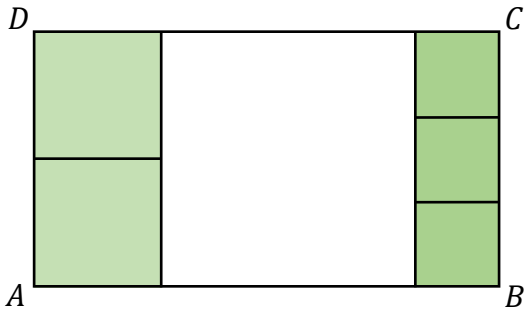
–v prvej nádrži $12 + 6 = 18$ (litrov)

–v druhej nádrži $3 + 6 = 9$ (litrov)

V oboch nádržiach je celkom $18 + 9 = 27$ (litrov)
Odpoveď: Spolu je v oboch nádržiach 27 litrov vody.

Úloha 29. (0–3)

Obdĺžnik *ABCD* je rozdelený na 6 štvorcov: jeden veľký, dva stredné a tri malé (pozri obrázok).



Odôvodnite, že obsah veľkého štvorca je väčší ako polovica obsahu obdĺžnika *ABCD*.

Všeobecné požiadavky

IV. Odôvodnenie a argumentácia.
1. Vykonávanie jednoduchých odôvodnení, poskytovanie argumentov odôvodňujúcich správnosť uvažovania, rozlišovanie dôkazu od príkladu.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
III. Tvorenie algebrických výrazov s jednou a viacerými premennými. Žiak:
3) zapisuje závislosti uvedené v zadaniach v podobe algebrických výrazov s jednou alebo viacerými premennými.

Pravidlá hodnotenia

3 body – úplné riešenie: formulácia správneho odôvodnenia, že veľký štvorec zaberá viac ako polovicu plochy obdĺžnika $ABCD$.

2 body – zapísanie obsahu obdĺžnika *ABCD* a obsahu veľkého štvorca pomocou algebrických výrazov s jednou premennou
ALEBO
zapísanie dĺžky strany AB obdĺžnika ABCD a dĺžky strany veľkého štvorca pomocou algebrických výrazov s jednou premennou
ALEBO
skonštatovanie, že dva stredné štvorce zaberajú polovicu plochy veľkého štvorca a tri malé štvorce zaberajú menej ako polovicu plochy veľkého štvorca,
ALEBO
odôvodnenie správnou metódou, ale s chybami vo výpočte, že veľký štvorec zaberá viac ako polovicu plochy obdĺžnika *ABCD*.

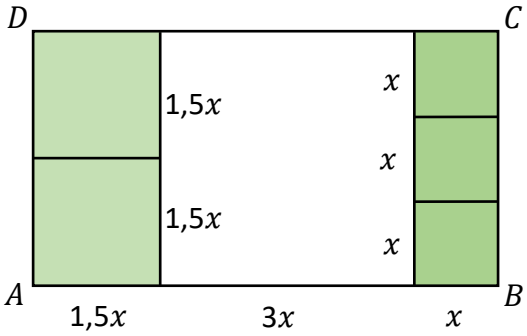
1 bod – zapísanie vzťahu medzi dĺžkami strán štvorcov.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplného riešenia

Prvý spôsob

Ak dĺžku strany malého štvorca označíme ako x, veľký štvorec má stranu dĺžky $3x$ a stredný má dĺžku strany $1{,}5x$.



Obsah malého štvorca: x^2
Obsah stredného štvorca: $(1{,}5x)^2$
Obsah veľkého štvorca: $(3x)^2 = 9x^2$

Obsah obdĺžnika $ABCD$ vypočítame sčítaním obsahu šiestich štvorcov:

$$3 \cdot x^2 + (3x)^2 + 2 \cdot (1{,}5x)^2 = 16{,}5x^2$$

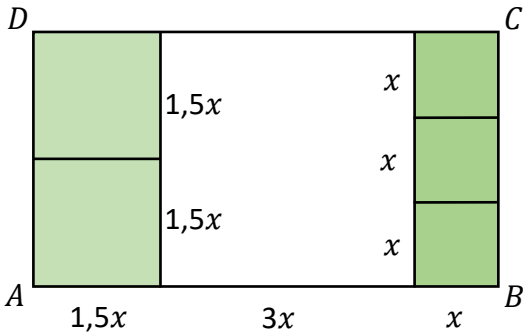
Polovica obsahu obdĺžnika $ABCD$:

$$16{,}5x^2 : 2 = 8{,}25x^2$$

Veľký štvorec teda zaberá viac ako polovicu plochy obdĺžnika $ABCD$.

Druhý spôsob

Ak dĺžku strany malého štvorca označíme ako *x*, veľký štvorec má stranu s dĺžkou 3*x* a stredný má dĺžku strany 1,5*x*.



Vypočítame dĺžku úsečky AB, na ktorej leží obdĺžnik $ABCD$:

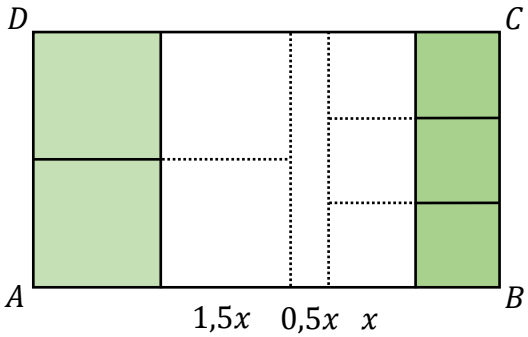
$$1{,}5x + 3x + x = 5{,}5x$$

Obdĺžnik $ABCD$ rozdelíme na tri obdĺžniky s rovnakou výškou AD:
prvý tvorený dvomi strednými štvorcami, druhý– veľký štvore a tretí tvorený tromi malými štvorcami.
Veľký štvorec má stranu s dĺžkou $3x$.
Polovica dĺžky úsečky AB je $2{,}75x$.

$$2{,}75x \cdot 3x < 3x \cdot 3x$$

Veľký štvorec teda zaberá viac ako polovicu plochy obdĺžnika $ABCD$.

Tretí spôsob



Všimnime si, že dva stredné štvorce so stranou s dĺžkou zaberajú polovicu plochy veľkého štvorca a tri malé štvorce zaberajú menej ako polovicu plochy veľkého štvorca.
Preto veľký štvorec zaberá viac ako polovicu plochy obdĺžnika *ABCD.*

Štvrtý spôsob

Strana stredného štvorca je o polovicu menšia ako strana veľkého štvorca. Preto plocha stredného štvorca je $\frac{1}{4}$ plochy veľkého štvorca:

$P_{śr} = \frac{1}{4} P_D$, kde

$P_{śr}$ – plocha stredného štvorca
P_D – plocha veľkého štvorca

$$P_{Śr} = \frac{1}{4} P_D$$

Strana malého štvorca je $\frac{1}{3}$ strany veľkého štvorca. Teda plocha je $\frac{1}{9}$ plochy veľkého štvorca.

$P_M = \frac{1}{9} P_D$, kde

P_M – plocha malého štvorca
P_D – plocha veľkého štvorca

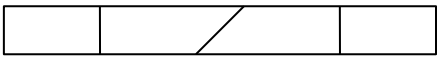
$$2 \cdot P_{śr} + 3 \cdot P_M = 2 \cdot \frac{1}{4} P_D + 3 \cdot \frac{1}{9} P_D = \frac{1}{2} P_D + \frac{1}{3} P_D = \frac{5}{6} P_D$$

$$\frac{5}{6} P_D < P_D$$

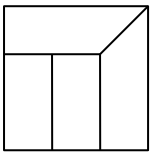
Preto veľký štvorec zaberá viac ako polovicu plochy obdĺžnika *ABCD.*

Úloha 30. (0–3)

Obdĺžnikový pruh papiera je rozdelený na štyri časti, ako je znázornené na obrázku 1. Z týchto častí je vytvorený útvar v tvare štvorca, ako je znázornené na obrázku 2. Plocha tohto štvorca sa rovná 36 cm^2.



Obrázok 1.



Obrázok 2.

Vypočítajte obvod pruhu papiera pred rozstrihnutím. Zapíšte výpočty.

Všeobecné požiadavky

II. Používanie a vytváranie informácií.
1. Čítanie a interpretácia údajov prezentovaných v rôznych formách a ich spracovanie.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XI. Výpočty v geometrii. Žiak:
2) vypočíta obvod mnohouholníka s danými dĺžkami strán;
3) vypočíta plochu: trojuholníka, štvorca, kosoštvorca, obdĺžnika, rovnobežníka, lichobežníka, znázornených na obrázku a v praktických situáciách vrátane údajov vyžadujúcich zmenu jednotiek.

Pravidlá hodnotenia

3 body – úplné riešenie: správna metóda výpočtu obvodu pásu papiera pred rozstrihnutím, správne výpočty ***a*** správny číselný výsledok v súlade s použitou jednotkou dĺžky (40 cm).

2 body – správna metóda výpočtu obvodu pásu papiera pred rozstrihnutím
ALEBO
výpočet rozmerov obdĺžnikov a lichobežníkov, ktoré tvoria štvorec (obdĺžnik: 2 cm × 4 cm, lichobežník: základne: 4 cm a 6 cm, výška: 2 cm).

1 bod – správna metóda výpočtu dĺžky strany štvorca.

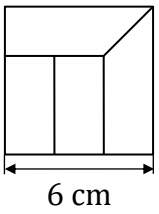
0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady kompletných riešení

Prvý spôsob

Vypočítame dĺžku strany štvorca:

$$\sqrt{36} = 6\ (\text{cm})$$



Dĺžku strany štvorca tvoria 3 šírky pruhu, teda pruh bude mať šírku:

$$6 : 3 = 2\ (\text{cm})$$

Plocha pruhu sa bude rovnať ploche štvorca, vypočítame dĺžku pruhu:

$$36 : 2 = 18\ (\text{cm})$$

Pred rozstrihnutím mal pruh rozmery $2\ \text{cm} \times 18\ \text{cm}$, vypočítame obvod pruhu:

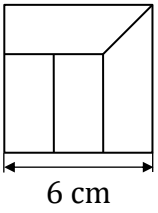
$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40\ (\text{cm})$$

Odpoveď: Obvod pruhu papiera pred rozstrihnutím sa rovnal $40\ \text{cm}$.

Druhý spôsob

Vypočítame dĺžku strany štvorca:

$$\sqrt{36} = 6\ (\text{cm})$$



Dĺžku strany štvorca tvoria 3 šírky pruhu, čiže pruh mal šírku:

$$6 : 3 = 2\ (\text{cm})$$

Dĺžka dlhšej základne lichobežníka sa rovná dĺžke strany štvorca, čiže $6\ \text{cm}$.
Vypočítame dĺžku kratšej základne lichobežníka:

$$6 - 2 = 4\ (\text{cm})$$

Dĺžka druhej strany menšieho obdĺžnika sa rovná dĺžke kratšej základne lichobežníka, čiže $4\ \text{cm}$.
Vypočítame dĺžku pruhu papiera pred rozstrihnutím:

$$4 + 6 + 4 + 4 = 18\ (\text{cm})$$

Vypočítame obvod pruhu papiera:

$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40\ (\text{cm})$$

Odpoveď: Obvod pruhu papiera pred rozstrihnutím sa rovnal $40\ \text{cm}$.

Úloha 31. (0–3)

Tri susedy si spoločne objednali kávu v online obchode. Káva pre pani Malinowskú mala stáť 120 PLN, pre pani Wiśniewskú a pani Śliwińskú po 90 PLN.
Susedy pri nákupe dostali zľavu a za objednanú kávu zaplatili len 260 PLN.

Vypočítajte, koľko peňazí by mala zaplatiť každá z nich, aby ich platba bola úmerná pôvodnej hodnote objednávky. Zapíšte výpočty.

Všeobecné požiadavky

III. Použitie a interpretácia reprezentácií.
2. Výber matematického modelu pre jednoduché situácie a jeho vytváranie v rôznych kontextoch, vrátane praktického.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
VII. Priama úmernosť. Žiak:
3) použije proporčné delenie.

Pravidlá hodnotenia

3 body – úplné riešenie: správna metóda výpočtu súm, ktoré mali zaplatiť pani Malinowska, Wiśniewska a Śliwińska v súlade s pôvodnou hodnotou objednávky, správne výpočty ***a*** správny číselný výsledok (p. Malinowska: $104\ \text{PLN}$, pani Śliwińska: $78\ \text{PLN}$, pani Wiśniewska: $78\ \text{PLN}$).

2 body – správna metóda výpočtu súm, ktorú by mala zaplatiť každá zo susediek.

1 bod – správna metóda výpočtu, akú časť pôvodnej hodnoty objednávky tvorí káva objednaná pre jednu susedu, napr. zápis $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$

ALEBO

správna metóda určenia pomeru hodnôt objednávok, napr. zápis $4 : 3 : 3$,

ALEBO

správna metóda určenia pomeru sumy na zaplatenie k pôvodnej hodnote objednávky, napr. zápis $\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$,

ALEBO

- správna metóda určenia pomeru zľavy vo vzťahu k pôvodnej hodnote objednávky, napr. zápis $\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplného riešenia

Prvý spôsob

Pôvodná hodnota zákazky je 300 PLN.
Náklady na kávu pani Malinowskej predstavujú:

$\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$ tejto sumy.

Vypočítame sumu, ktorú má zaplatiť pani Malinowská:

$$\frac{4}{10} \cdot 260\ PLN = 104\ (PLN)$$

Vypočítame celkovú sumu, ktorú majú zaplatiť pani Wiśniewska a Śliwińska:

$260\ PLN - 104\ PLN$ = 156 (PLN)

Vypočítame sumu, ktorú majú zaplatiť každá z dám: Wiśniewska a Śliwińska:

$156 : 2 = 78$ (PLN)

Odpoveď: Pani Malinowska by mala zaplatiť 104 PLN a panie Wiśniewska a Śliwińska po 78 PLN.

Druhý spôsob

Vypočítame pomer pôvodných hodnôt objednávok:

$120 : 90 : 90 = 4 : 3 : 3$

$4 + 3 + 3 = 10$

$260\ PLN : 10 = 26\ (PLN)$

Vypočítame sumu, ktorú má zaplatiť pani Malinowska:

$4 \cdot 26\ PLN = 104\ (PLN)$

Vypočítame sumu, ktorú má zaplatiť každá z dám: Wiśniewska a Śliwińska:

$3 \cdot 26\ PLN = 78\ (PLN)$

Odpoveď: Pani Malinowska by mala zaplatiť $104\ PLN$ a panie Wiśniewska a Śliwińska po 78 PLN.

Tretí spôsob

Pôvodná hodnota objednávky je 300 PLN. Susedy zaplatili za objednanú kávu 260 PLN.

$$\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$$

Každá pani by mala zaplatiť $\frac{13}{15}$ pôvodnej hodnoty svojej objednávky, vypočítame sumu, ktorú má zaplatiť pani Malinowska:

$$\frac{13}{15} \cdot 120 = 13 \cdot 18 = 104\ (PLN)$$

Vypočítame sumu, ktorú majú zaplatiť panie Wiśniewska a Śliwińska:

$$\frac{13}{15} \cdot 90 = 13 \cdot 6 = 78\ (PLN)$$

Odpoveď: Pani Malinowska by mala zaplatiť 104 PLN a panie Wiśniewska a Śliwińska po 78 PLN.

Štvrtý spôsob

Pôvodná hodnota objednávky je 300 PLN. Susedy zaplatili za objednanú kávu 260 PLN, suma zľavy je teda 40 PLN.

$$\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$$

Každá zo žien by mala zaplatiť o $\frac{2}{15}$ menej, ako sa pôvodne predpokladalo.

Vypočítame sumu zľavy a sumu, ktorú má zaplatiť pani Malinowska:

$$\frac{2}{15} \cdot 120 = 2 \cdot 8 = 16\ (PLN)$$

$$120 - 16 = \ 104\ (PLN)$$

Vypočítame sumu zľavy a sumu, ktorú majú zaplatiť pani Wiśniewska a Śliwińska:

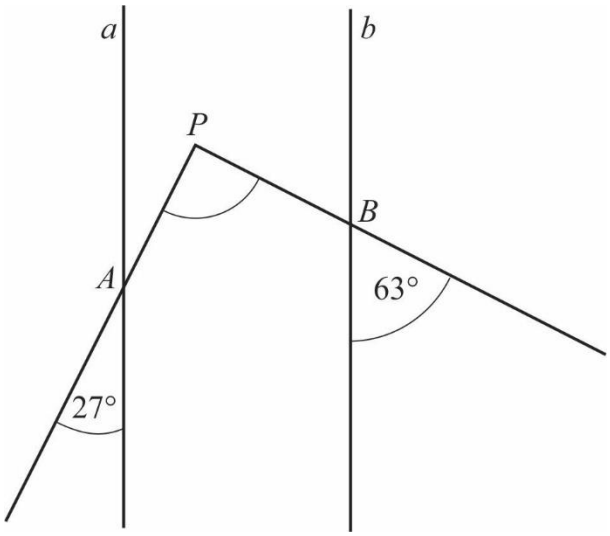
$$\frac{2}{15} \cdot 90 = 2 \cdot 6 = 12\ (PLN)$$

$$90 - 12 = \ 78\ (PLN)$$

Odpoveď: Pani Malinowska by mala zaplatiť 104 PLN a pani Wiśniewska a Śliwińska po 78 PLN.

Úloha 32. (0–2)

Priamky *a* a *b* sú rovnobežné. Polpriamky *PA* a *PB* pretínajú tieto priamky, a preto s nimi tvoria ostré uhly veľkostí uvedených na obrázku.



Odôvodnite, že uhol *APB* je pravý.

Všeobecné požiadavky

IV. Odôvodnenie a argumentácia.
1. Vykonávanie jednoduchého zdôvodnenia, poskytovanie argumentov odôvodňujúcich správnosť uvažovania, rozlišovanie dôkazu od príkladu.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
VIII. Vlastnosti geometrických obrazcov na rovine. Žiak:
3) využíva vlastnosti rovnobežných priamok, najmä používa rovnosť súhlasných a striedavých uhlov.

Pravidlá hodnotenia

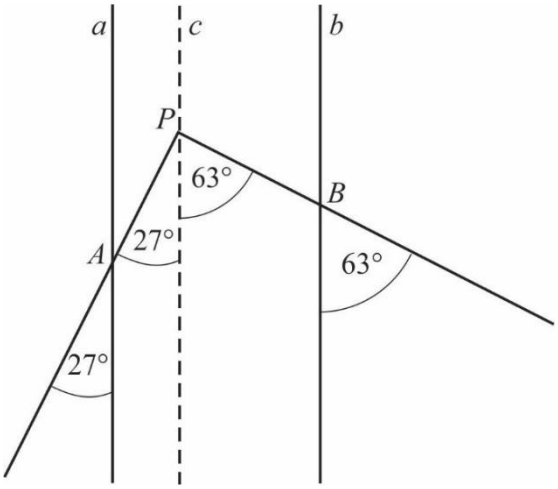
2 body – úplné riešenie: formulácia správneho odôvodnenia, že uhol APB má veľkosť $90°$, teda, že je to pravý uhol.

bod – vedenie priamky *c* a zapísanie správnej veľkosti aspoň jedného uhla zodpovedajúceho 27° alebo 63°
ALEBO
vedenie priamky *c* **a** zapísanie správnej veľkosti uhla aspoň jedného z trojuholníkov *APC* alebo *BPD*,
ALEBO
predĺženie priamky *PB* alebo *AP* **a** zapísanie správnej veľkosti súhlasného uhla v trojuholníku *APC* alebo *BDP*,
ALEBO
vedenie priamky *c* **a** určenie veľkostí tupých uhlov päťuholníka *ACDBP*,
ALEBO
vedenie priamky c **a** zapísanie správnych veľkostí uhlov *CAP* a *PBC* štvoruholníka.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplného riešenia

Prvý spôsob

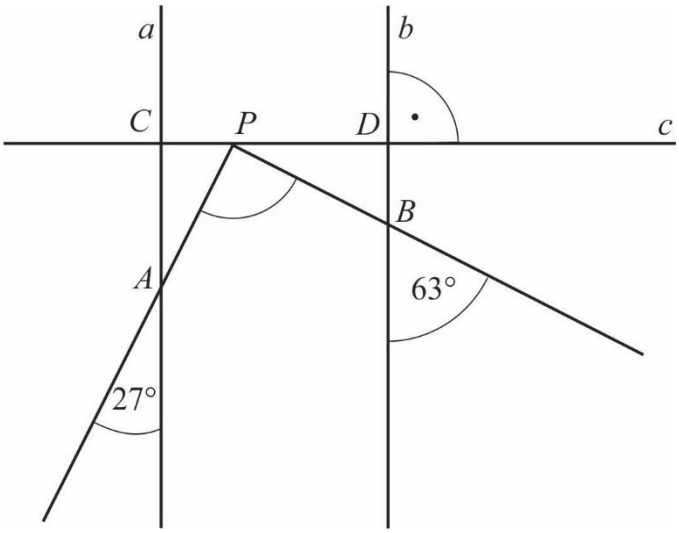


Cez bod *P* vedieme priamku *c* paralelne s priamkou *a* a *b*. Rozdeľuje uhol *APB* na dve časti, z ktorých jeden je súhlasný uhol s uhlom s veľkosťou 27° a druhý s uhlom 63°, preto $|\sphericalangle APB| = 27° + 63° = 90°$.

Uhol *APB* je pravý uhol.

Druhý spôsob

Cez bod *P* vedieme priamku *c* kolmú na *a* a *b*. Označuje dva pravouhlé trojuholníky *APC* a *BPD*.



Určíme veľkosti ostrých uhlov týchto trojuholníkov.

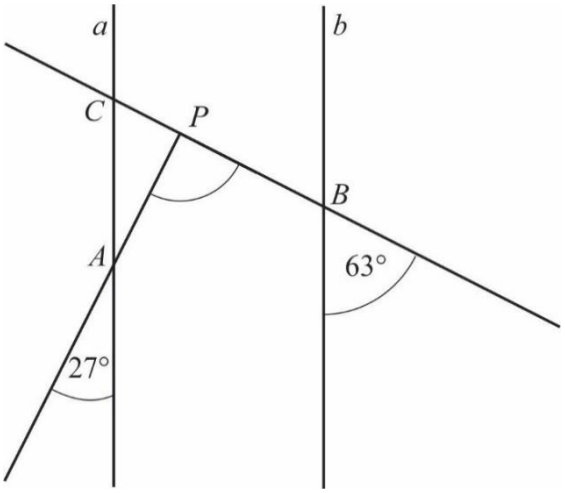
$|\sphericalangle CPA| = 90° – 27° = 63°$ a
$|\sphericalangle BPD| = 90° – 63° = 27°$
$|\sphericalangle APB| = 180° – (27° + 63°) = 90°$

Uhol *APB* je pravý uhol.

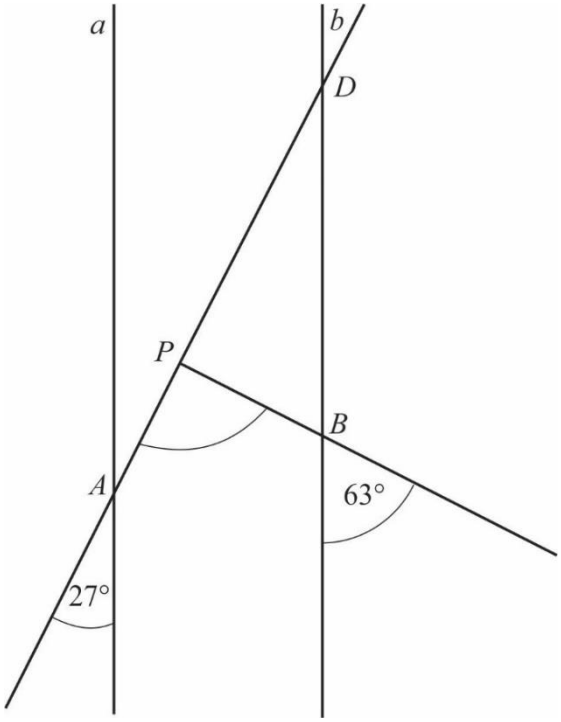
Tretí spôsob

Predĺžime polpriamku *PB* po priesečník priamky *a* v bode *C* (obrázok 1) alebo polpriamku *PA* *po* priesečník s priamkou b v bode *D* (obrázok 2).

Obrázok 1.



Obrázok 2.



Určujeme mieru dvoch uhlov vo vzniknutých trojuholníkoch *APC* alebo *BPD*. Jeden z uhlov je vrcholovým uhlom a druhý súhlasným uhlom s uhlami s veľkosťou 63° a 27°.
Vypočítame veľkosť tretieho uhla výsledných trojuholníkov *APC* alebo *BPD*.

$|\sphericalangle APC| = 180° - (27° + 63°) = 90°$

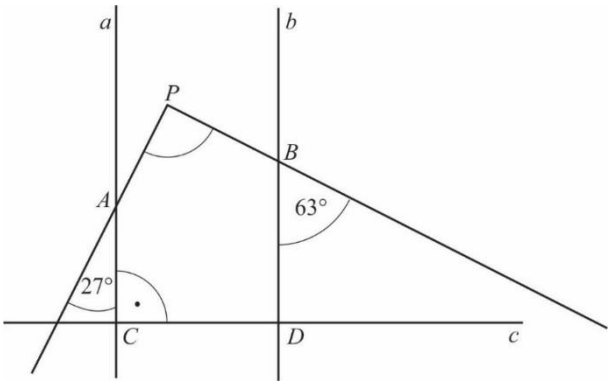
Uhol *APB* je priľahlý uhol s uhlom *APC*, teda je pravým uhlom.

$|\sphericalangle BPD| = 180° - (27° + 63°) = 90°$

Uhol *APB* je uhol priľahlý k uhlu *BPD*, čiže je pravý uhol.

Štvrtý spôsob

Vedieme priamku c kolmo k a a b, aby sme vytvorili konvexný päťuholník.



Určíme uhly tohto päťuholníka.

$|\sphericalangle CAP| = 180° - 27° = 153°$ a

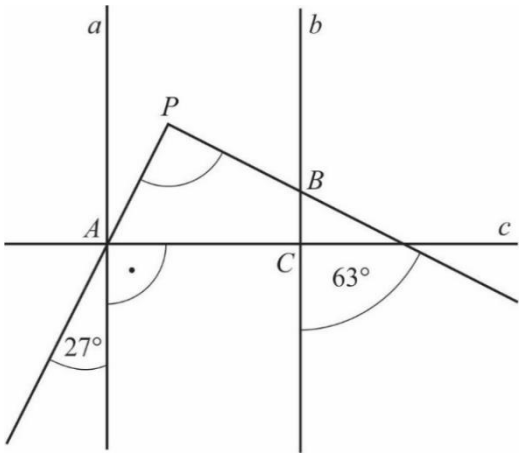
$|\sphericalangle PBD| = 180° - 63° = 117°$

$|\sphericalangle APB| = 540° - (90° + 90° + 117° + 153°) = 90°$

Uhol APB je pravý uhol.

Piaty spôsob

Cez bod A vedieme priamku c kolmo k priamkam a a b. Označuje štvoruholník $ACBP$.



Určíme veľkosti uhlov štvoruholníka.

$|\sphericalangle CBP| = 180° - 63° = 117°$ a

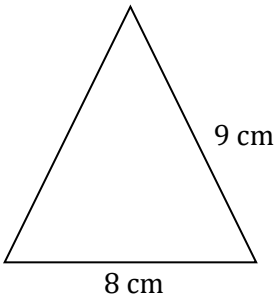
$|\sphericalangle CAP| = 90° - 27° = 63°$

$|\sphericalangle APB| = 360° - (90° + 117° + 63°) = 90°$

Uhol APB je pravý uhol.

Úloha 33. (0–3)

Trojuholník na obrázku je bočnou stenou pravidelného štvorbokého ihlana.



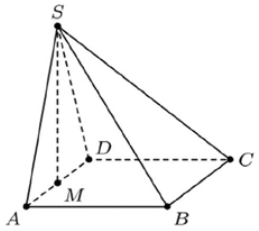
Výpočet plochy pravidelného ihlana. Zapíšte si výpočty.

Všeobecné požiadavky

IV. Odôvodnenie a argumentácia.
3. Využívanie stratégií vyplývajúcich z obsahu úlohy, vytváranie stratégie riešenia problému aj vo viackrokových riešeniach a v takých, ktoré si vyžadujú zručnosti spájania znalostí z rôznych oblastí matematiky.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK VII. a VIII.
XI. Priestorová geometria. Žiak:
3) vypočíta objem a plochu pravidelného ihlana a takého, ktorý nie je pravidelný, s náročnosťou maximálne na úrovni príkladu:
Obdĺžnik *ABCD* je základňa ihlanu *ABCDS*, bod *M* je stredom okraja *AD*, *úsečka MS* je výškou ihlana. Údaje sú nasledovné:
Dĺžka hrany: *AD* = 10 cm, *AS* = 13 cm a *AB* = 20 cm.



Vypočítajte objem ihlana.

Pravidlá hodnotenia

3 body – úplné riešenie: správna metóda výpočtu celkového povrchu ihlana, správne výpočty ***a*** správny číselný výsledok v súlade s použitou jednotkou: $(64 + 16\sqrt{65})\ \mathrm{cm}^2$.

2 body – správna metóda výpočtu obsahu jednej bočnej steny ***a*** správna metóda výpočtu obsahu základne ihlana
ALEBO
správna metóda výpočtu výšky bočnej steny ihlana, t. j. pomocou Pytagorovej vety ***a*** zápis, že celkový povrch ihlana je súčtom obsahu štvorca s dĺžkou strany $8\ \mathrm{cm}$ a obsahov štyroch trojuholníkov so základňou $8\ \mathrm{cm}$.

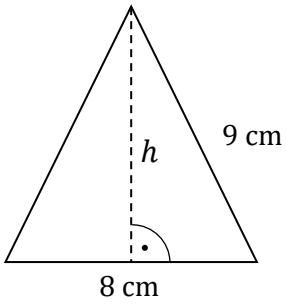
1 bod – správna metóda výpočtu výšky bočnej steny ihlana, t. j. pomocou Pytagorovej vety
ALEBO
zápis, že celkový povrch ihlana je súčtom obsahu štvorca s dĺžkami strán $8\ \mathrm{cm}$ a obsahov štyroch trojuholníkov so základňou $8\ \mathrm{cm}$.

0 bodov nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplného riešenia

Na výpočet výšky h bočnej steny ihlana použijeme Pytagorovu vetu:

$$4^2 + h^2 = 9^2$$
$$h^2 = 81 - 16 = 65$$
$$h = \sqrt{65}\ (\text{cm})$$



Vypočítame obsah bočnej steny ihlana:

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \sqrt{65} = 4\sqrt{65}\ (\text{cm}^2)$$

Vypočítame celkový povrch ihlana:

$$P = 8^2 + 4 \cdot 4\sqrt{65} = 64 + 16\sqrt{65}\ (\text{cm}^2)$$

Odpoveď: Celkový povrch ihlana sa rovná $(64 + 16\sqrt{65})\ \text{cm}^2$.

Úloha 34. (0–2)

Mesačnú jaskyňu môže navštíviť každý deň iba desať skupín, ktoré do nej vstupujú v rovnakých intervaloch. Prvá skupina začína prehliadku o 9:00 a posledná o 16:30. Skupina skautov prišla na prehliadku jaskyne o 13:25.

Vypočítajte, koľko minút budú skauti minimálne čakať pri vchode do jaskyne? Zapíšte výpočty.

Všeobecné požiadavky

IV. Odôvodnenie a argumentácia.
3. Využívanie stratégií vyplývajúcich z obsahu úlohy, vytváranie stratégie riešenia problému aj vo viackrokových riešeniach a v takých, ktoré si vyžadujú zručnosti spájania znalostí z rôznych oblastí matematiky.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XII. Praktické výpočty. Žiak:
3) vykoná jednoduché časové výpočty času v hodinách, minútach a v sekundách.

Pravidlá hodnotenia

2 body – úplné riešenie: správna metóda výpočtu minimálneho času čakania na vstup do jaskyne, správne výpočty ***a*** správny číselný výsledok (35 minút).

1 bod – správna metóda výpočtu času návštevy jaskyne.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplného riešenia

Prvý spôsob

Od 9:00 do 16:30 uplynie 7 hodín a 30 minút, čo je 450 minút.
Počas tohto obdobia je možných 9 vstupov do jaskyne, takže jedna prehliadka trvá 450 : 9 = 50 minút.

Od 9:00 do 13:25 je 265 minút, a keďže $265 = 5 \cdot 50 + 15$, najbližší vstup nastane o $50 - 15 = 35$ minút.

Odpoveď: Skauti budú musieť počkať aspoň 35 minút.

Druhý spôsob

Od 9:00 do 16:30 uplynie 7 hodín a 30 minút, čo je 450 minút.
V tomto časovom úseku sa uskutoční 9 vstupov do jaskyne, takže jedna prehliadka trvá 450 : 9 = 50 minút.

Ďalšie vstupy do jaskyne nastanú v hodinách: 9:00, 9:50, 10:40, 11:30, 12:20, 13:10, 14:00.

Odpoveď: Skauti budú musieť počkať aspoň 35 minút.

Úloha 35. (0–2)

Agnieszka napísala štvormiestne číslo deliteľné 7. V tomto čísle preškrtla jednotkovú číslicu a získala číslo 496.

Aké štvormiestne číslo Agnieszka napísala? Zapíšte výpočty.

Všeobecné požiadavky

II. Používanie a vytváranie informácií.
2. Interpretácia a tvorba textov matematického charakteru a grafická prezentácia údajov.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
II. Operácie s prirodzenými číslami. Žiak:
3) násobí a delí prirodzené čísla, jednociferными, dvojciferными alebo trojciferными číslami písomne, spamäti (pri najjednoduchších príkladoch) a pomocou kalkulačky (pri ťažších príkladoch).

Pravidlá hodnotenia

2 body – úplné riešenie: správna metóda určenia štvormiestneho čísla deliteľného číslom 7, správne výpočty ***a*** správny číselný výsledok (4963).

1 bod – zistenie, že každá zo zložiek súčtu 4900 + 6*x* je deliteľná 7,
ALEBO
zapísanie písomného delenia bez uvedenia výsledku operácie.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie

Príklady úplného riešenia

Prvý spôsob

Štvormiestne čísla zapisujeme vo forme 496*x*, kde *x* udáva počet jednotiek. Číslo 4900 desiatok je deliteľné 7. Hľadáme čísla deliteľné 7, ktorých desiatky sa rovnajú 6. 7 je deliteľné len číslo 63.

Odpoveď: Agnieszka napísala číslo 4963.

Druhý spôsob

Štvorciferné číslo zapíšeme vo forme 496*x*, kde *x* označuje počet jednotiek a delíme ho 7.

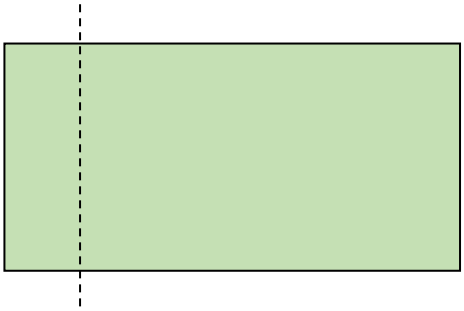
	7	0	9		
4	9	6	x	:	7
4	9				
		6	x		
		6	3		
			0		

Aby bol zvyšok z delenia rovný 0, musí byť dvojciferné číslo 6x deliteľné 7. Preto sa *x* musí rovnať 3.

Odpoveď: Agnieszka napísala číslo 4963.

Úloha 36. (0–3)

Obdĺžnik so stranami s dĺžkou 12 a 6 bol rozdelený na dva obdĺžniky (pozri obrázok). Obvod jedného z obdĺžnikov získaných rozdelením je 2-krát väčší ako obvod druhého.



Vypočítajte rozmery obdĺžnika s menším obvodom. Zapíšte výpočty.

Všeobecné požiadavky

III. Použitie a interpretácia reprezentácií.
2. Výber matematického modelu pre jednoduché situácie a jeho vytváranie v rôznych kontextoch, vrátane praktického.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XI. Výpočty v geometrii. Žiak:
1) vypočíta obvod mnohouholníka s uvedenými dĺžkami strán.

Pravidlá hodnotenia

3 body – úplné riešenie: správna metóda výpočtu rozmerov obdĺžnika s menším obvodom, správne výpočty ***a*** správny číselný výsledok (6 a 2).

2 body – zápis správnej rovnice s jednou neznámou, ktorá vedie k výpočtu dĺžky kratšej strany obdĺžnika s menším obvodom
ALEBO
správna metóda výpočtu obvodu menšieho obdĺžnika,
ALEBO
overenie všetkých podmienok úlohy pre aspoň dva rôzne páry dĺžok strán väčšieho a menšieho obdĺžnika, v uvedenom poradí pre čísla:
10 a 2, ale bez uvedenia rozmerov obdĺžnika s menším obvodom (metóda pokus a omyl).

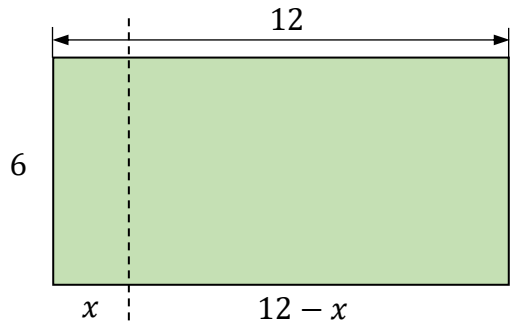
1 bod – správna metóda označenia dĺžok dvoch strán získaných obdĺžnikov
ALEBO
skonštatovanie, že po presunutí rozdeľujúcej čiary sa súčet obvodov získaných útvarov nezmení,
ALEBO
rozdelenie obdĺžnika na dva menšie obdĺžniky a výpočet obvodov získaných útvarov (metódou pokus a omyl).

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplného riešenia

Prvý spôsob

Obdĺžnik rozdelíme na dva obdĺžniky. Dve strany získaných obdĺžnikov označíme tak, ako je znázornené na obrázku.



Obvod menšieho obdĺžnika sa rovná:

$$2 \cdot x + 2 \cdot 6 = 2x + 12$$

Obvod väčšieho obdĺžnika sa rovná:

$$2 \cdot (12 - x) + 2 \cdot 6 = 36 - 2x$$

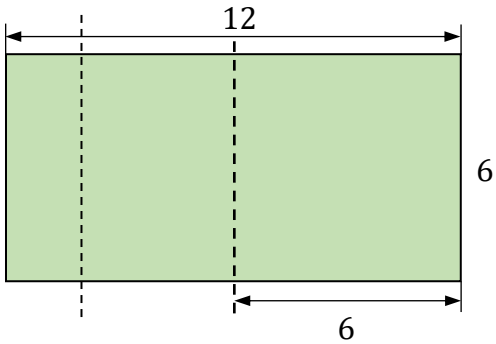
Obvod jedného obdĺžnika je 2-krát väčší ako obvod druhého, čo zapíšeme pomocou rovnice.

$$36 - 2x = 2 \cdot (2x + 12)$$
$$36 - 2x = 4x + 24$$
$$6x = 12$$
$$x = 2$$

Odpoveď: Obdĺžnik s menším obvodom má rozmery 6 a 2.

Druhý spôsob

Obdĺžnik rozdelíme na 2 štvorce s obvodmi 24.



Súčet obvodov štvorcov sa rovná 48. Všimnime si, že
ak premiestnime deliacu čiaru, súčet obvodov získaných útvarov sa nezmení.

Celkový obvod výsledných obdĺžnikov sa rovná 48, pomer týchto obvodov sa rovná 2 : 1.

Preto sa obvod menšieho obdĺžnika rovná $48 : 3 = 16$

Keďže jedna strana obdĺžnika sa rovná 6, druhá strana má dĺžku $\frac{16}{2} - 6 = 2$

Odpoveď: Obdĺžnik s menším obvodom má rozmery 6 a 2.

Tretí spôsob

Obdĺžnik rozdelíme na 2 štvorce s obvodom 24.
Posunieme deliacu čiaru a dostaneme dva obdĺžniky.

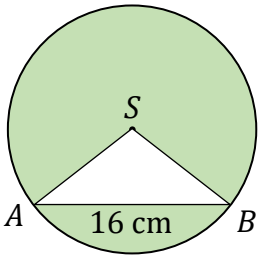
V každom z nich sa dĺžka jednej strany mení a dĺžka druhej je 6. Overíme si, aký je podiel obvodov získaných obdĺžnikov.

väčší obdĺžnik		menší obdĺžnik		kvocient obvodu väčšieho obdĺžnika k obvodu menšieho
dĺžka jednej strany	obvod	dĺžka jednej strany	obvod	
8	28	4	20	$\frac{28}{20} < 2$
9	30	3	18	$\frac{30}{18} < 2$
10	32	2	16	$\frac{32}{16} = 2$
11	34	1	14	$\frac{34}{14} > 2$

Odpoveď: Obdĺžnik s menším obvodom má rozmery 6 a 2.

Úloha 37. (0–3)

Na kružnici so stredom S a polomerom $r = 10\ \text{cm}$ sú vyznačené body A a B tak, aby mala úsečka AB dĺžku $16\ \text{cm}$. Potom boli nakreslené úsečky AS a BS (pozri obrázok).



Vypočítajte obsah tieňovaného útvaru. Vo výpočtoch predpokladajte $\pi \approx 3,14$. Zapíšte výpočty.

Všeobecné požiadavky

IV. Zdôvodňovanie a argumentácia.
3. Uplatnenie stratégie vyplývajúcej z obsahu úlohy, vytvorenie stratégie riešenia problému, aj vo viacstupňových riešeniach a v takých, ktoré si vyžadujú schopnosť kombinovať poznatky z rôznych oblastí matematiky.

Podrobné požiadavky

ROČNÍK IV. – VI.
XI. Výpočty v geometrii. Žiak:
3) vypočíta obsah: trojuholníka, štvorca, obdĺžnika, kosoštvorca, rovnobežníka, lichobežníka znázornených na obrázku a v praktických situáciách, vrátane údajov vyžadujúcich prevod jednotiek.
ROČNÍK VII. a VIII.
XIV. Obvod kružnice a obsah kruhu. Žiak:
3) vypočíta obsah kruhu s daným polomerom alebo priemerom.

Pravidlá hodnotenia

3 body – úplné riešenie: správna metóda výpočtu obsahu tieňovaného útvaru, správne výpočty ***a*** správny číselný výsledok v súlade s použitou jednotkou ($\approx 266\ \text{cm}^2$).

2 body – správna metóda výpočtu výšky trojuholníka ABS vedenej od vrcholu S, t. j. použitie Pytagorovej vety ***a*** správna metóda výpočtu obsahu trojuholníka ABS so základňou $16\ \text{cm}$
ALEBO
správna metóda výpočtu výšky trojuholníka ABS vedenej od vrcholu S, t. j. použitie Pytagorovej vety a správna metóda výpočtu obsahu kruhu s polomerom $10\ \text{cm}$,
ALEBO
správna metóda výpočtu dĺžky výšky trojuholníka ABS vedenej od vrcholu S t. j. použitie Pytagorovej vety ***a*** správna metóda výpočtu obsahu tieňovaného útvaru ako rozdielu obsahu kruhu s polomerom 10 a obsahu trojuholníka ABS so základňou $16\ \text{cm}$.

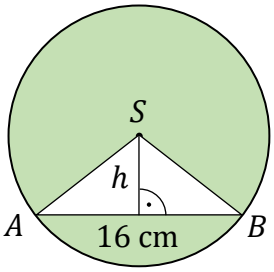
1 bod – správna metóda výpočtu výšky trojuholníka ABS
ALEBO

zápis, že obsah tieňovaného útvaru je rozdielom obsahu kruhu s polomerom $10\ \text{cm}$ a obsahu trojuholníka ABS so základňou $16\ \text{cm}$.

0 bodov – nesprávne alebo žiadne riešenie.

Príklady úplných riešení

Prvý spôsob



Použijeme Pytagorovu vetu, vypočítame výšku trojuholníka ABS:

$$8^2 + h^2 = 10^2$$
$$h^2 = 100 - 64 = 36$$
$$h = 6\ (\text{cm})$$

Vypočítame obsah trojuholníka ABS:

$$P_{\Delta\, ABS} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48\ (\text{cm}^2)$$

Približne vypočítame obsah kruhu s polomerom $r = 10\ \text{cm}$:

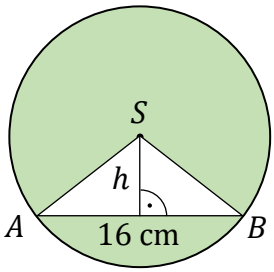
$$P_{kruhu} = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 100 \cdot 3{,}14 \approx 314\ (\text{cm}^2)$$

Vypočítame obsah tieňovaného útvaru:

$$P = P_{kruhu} - P_{\Delta\, ABS} \approx 314 - 48 \approx 266\ (\text{cm}^2)$$

Odpoveď: Obsah tieňovaného útvaru sa rovná približne $266\ \text{cm}^2$.

Druhý spôsob



Použijeme Pytagorovu vetu, vypočítame výšku trojuholníka ABS:

$$8^2 + h^2 = 10^2$$
$$h^2 = 100 - 64 = 36$$
$$h = 6\ (\text{cm})$$

Vypočítame obsah tieňovaného útvaru:

$$P = P_{kruhu} - P_{\Delta\, ABS} = \pi \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 \approx 314 - 48$$
$$\approx 266\ (\text{cm}^2)$$

Odpoveď: Obsah tieňovaného útvaru sa rovná približne $266\ \text{cm}^2$.