Посібник
до **екзамену**
з **математики**
для восьмикласників

в навчальному році 2024/2025

Центральна екзаменаційна комісія
Варшава 2025

Редакційна колегія:
Едита Важеха (ЦЕК)
Рената Сьвірко (ОЕК у Гданську)
Івона Луба (ОЕК у Ломжі)
Сабіна Павловска
проф. др габ. Збіґнєв Семадені
Аґнєшка Суловска
Юзеф Даніель (ЦЕК)
др Марцін Смолік (ЦЕК)

Рецензенти:
проф. др габ. Збіґнєв Марціняк
др габ. Маціей Бородзік
др Анна Відур
др Томаш Карповіч (мовна редакція)

Посібник розроблено Центральною екзаменаційною комісією
у співпраці з окружними екзаменаційними комісіями.

Центральна екзаменаційна комісія
вул. Юзефа Левартовського, 6, 00-190 Варшава
тел. 22 536 65 00
sekretariat@cke.edu.pl

Окружна екзаменаційна комісія в Гданську
вул. На Стоку, 49, 80-874 Гданськ
тел. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Явожні
вул. Адама Міцкевича, 4, 43-600 Явожно
тел. 32 616 33 99
oke@oke.jaworzno.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Кракові
мікрорайон Шкільний, 37, 31-978 Краків
тел. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Ломжі
пр. Легіонів, 9, 18-400 Ломжа
тел. 86 216 44 95
sekretariat@oke.lomza.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Лодзі
вул. Ксаверія Праусса, 4, 94-203 Лодзь
тел. 42 634 91 33
komisja@komisja.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Познані
вул. Ґронова, 22, 61-655 Познань
тел. 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Варшаві
вул. Юзефа Бема, 3, 00-844 Варшава
тел. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Окружна екзаменаційна комісія у Вроцлаві
вул. Тадеуша Зєлінського, 57; 53-533 Вроцлав
тел. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

Зміст

1. Опис екзамену з математики для восьмикласників **5**
Вступ **5**
Завдання на екзамені **5**
Опис екзаменаційного листа **6**
Правила оцінювання **6**

2. Зразки завдань з розв’язками **9**

1. Опис екзамену з математики

Вступ

Математика є одним з обов'язкових екзаменаційних предметів на іспиті для восьмикласників і на екзамені на атестат зрілості.

Екзамен з математики для восьмикласників перевіряє на якому рівні учень 8 класу початкової школи виконує вимоги, що зазначені у базовій навчальній програмі загальноосвітньої підготовки[1].

В *Посібнику* подано зразки екзаменаційних завдань разом із розв'язками, а також вказано на відношення завдань до вимог навчальної програми. Завдання в *Посібнику* не вичерпують усіх типів завдань, які можуть з'явитися в екзаменаційній роботі, а також не ілюструють усіх вимог з математики, що містяться у навчальній програмі. З цієї причини *Посібник* не може бути єдиним, ані навіть головним матеріалом для планування процесу навчання в школі. Тільки реалізація усіх вимог з навчальної програми, як базових, так і поглиблених, може гарантувати отримання учнями відповідної математичної освіти, включно з їх належною підготовкою до екзамену для восьмикласників.

Завдання на екзамені

В екзаменаційній роботі знаходяться завдання як закритого, так і відкритого типу. Закриті завдання – це такі, у яких учень обирає відповідь серед поданих варіантів. Серед закритих завдань знаходяться, між іншим, завдання типу вибір з множини, завдання типу правда-неправда, а також завдання типу вибір відповідності.

Відкриті завдання – це такі, у яких учень самостійно формулює відповідь. Поданий учнем розв'язок завдання мусить відображати хід міркування, містити необхідні обчислення, перетворення або висновки.

Серед відкритих завдань містяться як такі, які можна буде вирішити типовим способом, так і такі, які вимагатимуть застосування нестандартних методів розв'язку. Учень повинен, шляхом використання наявних даних і умінь, знайти і реалізувати власний план розв'язку завдання, який дозволить йому виконати вказівки або дати відповідь на запитання, що було поставлене у завданні. У деяких завданнях необхідно буде представити обґрунтування вказаних залежностей.

Екзаменаційні завдання перевірятимуть рівень набутих умінь, описаних у таких загальних вимогах базової навчальної програми загальноосвітньої підготовки:

- вміння рахувати,

[1] Розпорядження Міністра освіти від 28 червня 2024 року про внесення змін до Положення про базову навчальну програму дошкільної освіти та базову навчальну програму загальноосвітньої підготовки для початкової школи, зокрема для учнів з інтелектуальними порушеннями помірного або тяжкого ступеня, загальноосвітньої підготовки професійно-технічних навчальних закладів I ст., загальноосвітньої підготовки для спеціальних шкіл підготовки до праці та загальноосвітньої підготовки для поліцеальної школи (Законодавчий вісник 2024 р., поз 996).

- використання та створення інформації,
- використання та інтерпретація записів,
- Міркування та аргументація.

Опис екзаменаційної роботи

Екзамен з математики для восьмикласників триває 125 хвилин[2]. Екзаменаційна робота складається з 20 або 21 завдань. Кількість завдань, а також кількість балів, які можна отримати за окремі типи завдань, зазначені у наведеній нижче таблиці.

Тип завдань	Кількість завдань	Загальна кількість балів	Частка у сумарному результаті
закриті	14–15	14–15	близько 50%
відкриті	5–6	15–16	близько 50%
РАЗОМ	20–21	30	100%

В екзаменаційній роботі першими подані завдання закритого типу, а після них – відкритого типу.

Правила оцінювання

Закриті завдання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна (або неповна) відповідь або немає відповіді.

Відкриті завдання

За правильний розв'язок відкритого завдання можна буде отримати, залежно від його складності, максимум 2 або 3 бали. За кожний правильний розв'язок нараховується максимальна кількість балів, навіть якщо поданий спосіб розв'язку не врахований у правилах оцінювання.

Оцінка розв'язку відкритого завдання залежить від того, як далеко зайшов учень на шляху до повного розв'язку. Нижче наведено приклади правил нарахування балів за завдання відкритого типу.

[2] Час проведення екзамену може бути збільшено у випадку учнів зі спеціальними освітніми потребами, в т.ч. неповносправних, а також у випадку іноземців. Деталі зазначені у *Роз'ясненні директора Центральної екзаменаційної комісії щодо детальних способів адаптації умов і форм проведення іспиту восьмикласника* у даному навчальному році.

Правила нарахування балів за розв'язок завдання, за яке можна отримати максимум 3 бали:

3 бали – повний розв'язок.

2 бали – розв'язок, у якому були подолані основні труднощі завдання, але розв'язок не був продовжений або був продовжений невірним методом.

1 бал – розв'язок, у якому був досягнутий значний прогрес, але не були подолані основні труднощі завдання.

0 балів – неправильний розв'язок або відсутність розв'язку.

Правила нарахування балів за розв'язок завдання, за яке можна отримати максимум 2 бали:

2 бали – повний розв'язок.

1 бал – розв'язок, у якому був досягнутий значний прогрес.

0 балів – неправильний розв'язок або відсутність розв'язку.

2. Зразки завдань з розв’язками

В *Посібнику* для кожного завдання наведено:

- кількість балів, які можна отримати за його розв'язок (після номеру завдання),
- найважливіші загальні та детальні вимоги, що перевіряються у цьому завданні,
- правила оцінювання завдань,
- правильний розв'язок кожного закритого завдання, а також зразок розв'язку кожного відкритого завдання.

Завдання 1. (0–1)

Катя помітила, що настінний годинник у квартирі бабусі протягом кожної години запізнюється на чергові 4 хвилини. Коли справний годинник Каті показував годину 9:00, дівчинка виставила на настінному годиннику той самий час. Вона припустила, що у кожній черговій чверті години запізнення є однакове.

Яку годину покаже, згідно з припущеннями Каті, настінний годинник після 2 годин і 3 чвертей години від години 9.00, якщо буде збережена помічена тенденція запізнення? Вибери вірну відповідь серед наведених.

A. 11.34 **B.** 11.37 **C.** 11.41 **D.** 11.56

Загальні вимоги

I. Вміння рахувати

1. Здійснення нескладних розрахунків усно або письмово, а також використання цих умінь у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XII. Практичні обчислення. Учень:

3) здійснює прості часові обчислення у годинах, хвилинах і секундах.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Розв'язок

A

Завдання 2. (0–1)

Марта записала римськими цифрами чотири числа: CLXX, CXC, CCLXX і CCL.

Яке з них знаходиться на числовій осі ближче за все до числа 200? Вибери правильну відповідь серед наведених.

A. CLXX **B.** CXC **C.** CCLXX **D.** CCL

Загальні вимоги

I. Вміння рахувати.

1. Здійснення нескладних розрахунків усно або письмово, а також використання цих умінь у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

I. Натуральні числа у десятковій системі числення. Учень:

5) числа у діапазоні до 3 000 у римській системі числення записує у десятковій системі, а числа у десятковій системі записує у римській системі.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Розв'язок

B

Завдання 3. (0–1)

Три однакові посудини були наповнені водою так, що в першій посудині вода займала $\frac{2}{3}$ об'єму, у другому: $\frac{3}{4}$ об'єму, а в третьому: $\frac{5}{7}$ об'єму даної посудини.

Оціни правильність наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правильне, або Н - якщо воно неправильне.

У другій посудині було менше води, ніж у третій.	**П**	**Н**
У першій і другій посудинах разом було стільки води, скільки у третій посудині.	**П**	**Н**

Загальні вимоги

І. Вміння рахувати.
1. Здійснення нескладних розрахунків усно або письмово, а також використання цих умінь у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
IV. Звичайні й десяткові дроби. Учень:
12) порівнює дроби (звичайні й десяткові).

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна (або неповна) відповідь або немає відповіді.

Розв'язок

НН

Завдання 4. (0–1)

У кожному з двох пакетів знаходяться 32 цукерки: 17 апельсинових, 10 яблучних і 5 полуничних.

Доповни наведені нижче речення. Вибери відповідь серед позначених літерами A і B, а також відповідь серед позначених літерами C і D.

До першого пакета слід додати **A / B** полуничних цукерок, щоб усі полуничні цукерки, що в ньому знаходяться, становили 25% кількості від усіх цукерок у цьому пакеті.

A. 3 **B.** 4

Кількість апельсинових цукерок, які слід вийняти з другого пакета, щоб серед цукерок, що в ньому залишаться, було 40% апельсинових, є **C / D**.

C. менша ніж 5 **D.** більша ніж 5

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація записів.
2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будування її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
V. Обчислення з відсотками. Учень:
5) застосовує обчислення з відсотками під час розв’язування завдань у практичному контексті, а також у випадках збільшення або зменшення даної величини у два рази.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна (або неповна) відповідь або немає відповіді.

Розв'язок

BD

Завдання 5. (0–1)

За 300 г фісташкових горіхів було заплачено 15,75 зл.

Оціни правильність наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правильне, або Н – якщо воно неправильне.

За 400 г тих самих горіхів слід заплатити 21 зл.	**П**	**Н**
Ціна 1 кг цих горіхів складає 52,50 зл.	**П**	**Н**

Загальні вимоги

I. Вміння рахувати.
1. Здійснення нескладних розрахунків усно або письмово, а також використання цих умінь у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
VII. Пряма пропорційність. Учень:
2) визначає вартість, що приймається прямо пропорційною величиною, у випадку конкретної пропорційної залежності, наприклад вартість придбаного товару в залежності від кількості штук товару.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна (або неповна) відповідь або немає відповіді.

Розв'язок

ПП

Завдання 6. (0–1)

Доповни наведені нижче речення. Вибери відповідь серед позначених літерами A і B, а також відповідь серед позначених літерами C і D.

Вартість виразу $2^3 \cdot 3^2$ дорівнює **A / B**.

A. 36 **B.** 72

Вартість виразу $5^3 - 5^2$ дорівнює **C / D**.

C. 5 **D.** 100

Загальні вимоги

I. Вміння рахувати.
1. Здійснення нескладних розрахунків усно або письмово, а також використання цих умінь у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
II. Операції з натуральними числами. Учень:
10) обчислює квадрати і куби натуральних чисел;
11) застосовує правила щодо послідовності виконування операцій.

Правила оцінювання

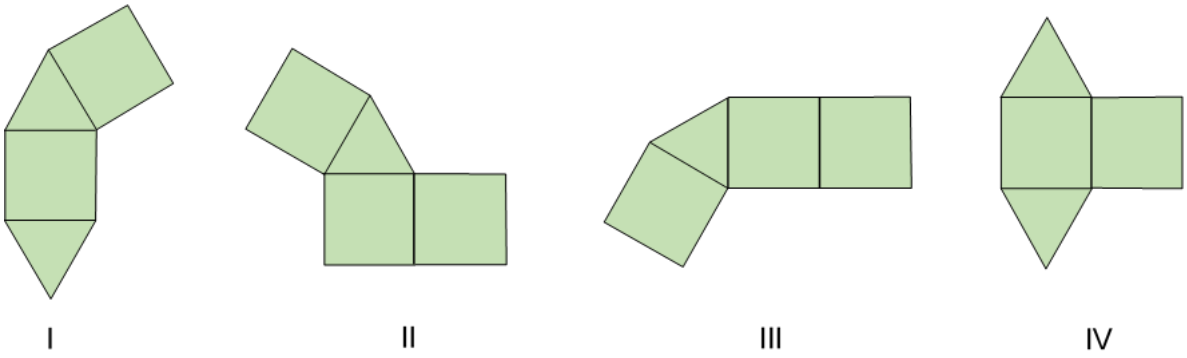
1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна (або неповна) відповідь або немає відповіді.

Розв'язок

BD

Завдання 7. (0–1)

Войтек намалював чотири фігури (I-IV), що складаються з квадратів і рівнобедренних трикутників (як показано на рисунку нижче). Щоб отримати з них сітки призми, він має намір домалювати до кожної фігури один квадрат або один трикутник.



З якої фігури <u>не вдасться</u> таким чином отримати сітку призми? Вибери вірну відповідь серед поданих нижче.

A. I **B.** II **C.** III **D.** IV

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація записів.
1. Використання простих, добре відомих математичних об'єктів, інтерпретація математичних понять і оперування математичними об'єктами.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
X. Геометричні тіла. Учень:
3) розпізнає сітки прямих призм і пірамід.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Розв'язок

C

Завдання 8. (0–1)

Кидаємо один раз симетричний гральний кубик. Яка ймовірність, що при киданні цього кубика випаде кількість очок більша ніж 2, але менша ніж 6? Вибери правильну відповідь серед наведених.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{5}{6}$

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація записів.
2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будування її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
XII. Вступ до комбінаторики і розрахунку ймовірності. Учень:
2) здійснює прості випадкові експерименти, які полягають на киданні монети, киданні грального кубика, киданні багатогранного кубика або жеребкування кулі з набору куль, аналізує їх і обчислює ймовірність подій у випадкових експериментах.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Розв'язок

B

Завдання 9. (0–1)

Дано вираз $\frac{2^7 \cdot 2^7}{2^7 + 2^7}$.

Чи значення цього виразу кратне 8? Вибери відповідь Т або Н і її обґрунтування з-поміж А, В або С.

А	Так,	оскільки	**1.**	кожний показник степеня є непарним числом.
			2.	показник степеня 2^6 не кратний 8.
В	Ні,		**3.**	значення цього виразу можна записати у формі $8 \cdot 2^3$.

Загальні вимоги

IV. Міркування та аргументація.
1. Здійснення простого розмірковування, зображення аргументів, що обґрунтовують правильність розмірковування, розрізнення доказу і прикладу.

Детальні вимоги

КЛАСИ 7 і 8
I. Степені з натуральним показником. Учень:
2) множить і ділить степені з цілими позитивними показниками.

Правила оцінювання

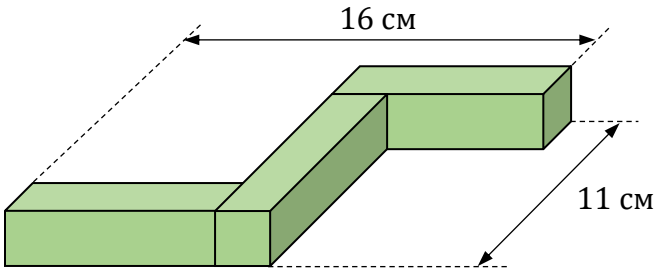
1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна або неповна відповідь, або немає відповіді.

Розв'язок

А3

Завдання 10. (0–1)

Вітек має три однакових паралелепіпеди. У кожного з них дві грані квадратні, а чотири інші – прямокутні. З цих паралелепіпедів він збудував фігуру, що зображена на рисунку.



Оціни правильність наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правильне, або Н - якщо воно неправильне.

Довші сторони паралелепіпеда мають по 8 см.	**П**	**Н**
Об'єм одного паралелепіпеда дорівнює 72 см^3.	**П**	**Н**

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.
1. Зчитування та інтерпретація даних, що зображені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
XI. Обчислення в геометрії. Учень:
5) обчислює об'єм і площу поверхні паралелепіпеда на підставі даних про довжину сторін.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна або неповна відповідь, або немає відповіді.

Розв’язок

ПП

Завдання 11. (0–1)

450 мл соку розчинили водою у пропорції 1 : 10 і отримали напій.

Скільки напою було приготовлено? Вибери вірну відповідь серед наведених.

A. Більше ніж 4 літри, але менше ніж 4,5 літри.
B. Рівно 4,5 літри.
C. Більш ніж 4,5 літри, але менше ніж 5 літрів.
D. Рівно 5 літрів.
E. Більш ніж 5 літрів.

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація записів.
1. Використання простих, добре відомих математичних об'єктів, інтерпретація математичних понять і оперування математичними об'єктами.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
VII. Пряма пропорційність. Учень:
2) визначає вартість, що визначається прямопропорційною величиною, у випадку конкретної пропорційної залежності, наприклад вартість придбаного товару залежно від кількості штук товару.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Розв’язок

C

Завдання 12. (0–1)

Подано три вирази:
$F = x – (2x + 5)$, $G = 6 – (–3x + 2)$, $H = 5 – (2x + 4)$.

Закінчи речення. Вибери вірну відповідь серед наведених.

Для кожного значення величини x рівняння є правильне

A. $F + G = H$

B. $F + H = G$

C. $G + H = F$

D. $F + G + H = 0$

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація записів.
1. Використання простих, добре відомих математичних об'єктів, інтерпретація математичних понять і оперування математичними об'єктами.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
IV. Перетворення алгебраїчних виразів. Алгебраїчні суми та операції з ними. Учень:
2) додає та віднімає алгебраїчні суми, здійснюючи при цьому скорочення подібних виразів.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Розв’язок

D

Завдання 13. (0–1)

Записано суму шістнадцяти однакових доданків:

$$\underbrace{2+2+2+\ldots+2}_{\text{16 доданків}}$$

Закінчи речення. Вибери вірну відповідь серед наведених.

Вартість цієї суми дорівнює

A. 2^4 **B.** 2^5 **C.** 2^8 **D.** 2^{16}

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.
1. Зчитування та інтерпретація даних, що зображені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
I. Степені з натуральним показником. Учень:
1) записує добуток однакових множників у вигляді степеня з додатнім цілим показником.

Правила оцінювання

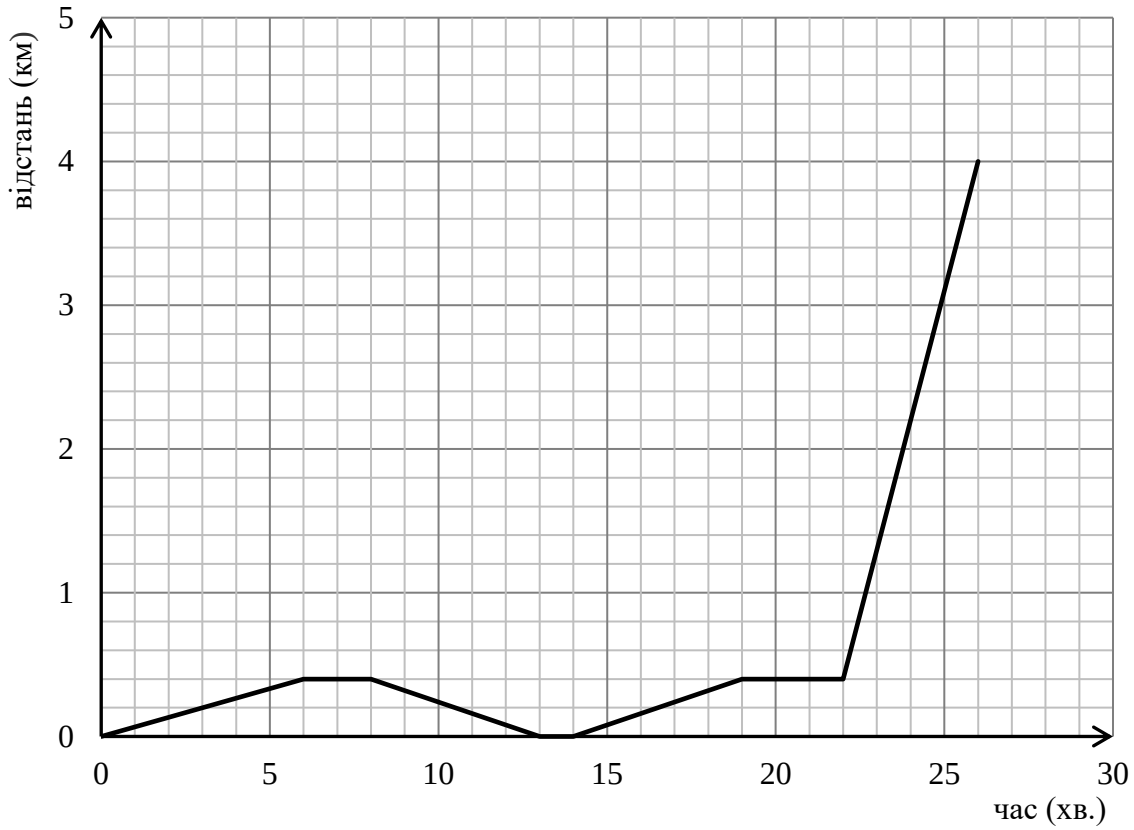
1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Розв'язок

B

Інформація до завдань 14. і 15.

Матеуш живе на відстані 4 км від школи. Йдучи на автобусну зупинку, частину дороги до школи він долає пішки. Там він чекає на автобус, потім в нього сідає і їде до школи. Одного разу, коли він вже був на зупинці, він зрозумів, що забув взяти зошит, і вернувся по нього до дому. Графік показує, як у цей день змінювалася відстань для Матеуша від дому до школи залежно від часу.



Завдання 14. (0–1)

Закінчи речення. Вибери вірну відповідь серед наведених.

Від моменту, коли Матеуш вернувся з зупинки до дому, до моменту, коли від знову вернувся на зупинку, пройшло

A. 11 хвилин. **B.** 13 хвилин. **C.** 14 хвилин. **D.** 16 хвилин.

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.
1. Зчитування та інтерпретація даних, що зображені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
XIII. Інтерпретація даних і елементи описової статистики. Учень:
1) інтерпретує дані, що зображені за допомогою таблиць, стовпчикових і кругових діаграм, графіків, а також графіків у системі координат.

Правила оцінювання
1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Розв'язок
А

Завдання 15. (0–1)
Оціни правильність наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правильне, або Н – якщо воно неправильне.

Дім Матеуша знаходиться на відстані 400 м від автобусної зупинки.	**П**	**Н**
Автобус подолав шлях між зупинками зі швидкістю $54\ \frac{\text{км}}{\text{год}}$.	**П**	**Н**

Загальні вимоги
II. Використання та створення інформації.
1. Зчитування та інтерпретація даних, що зображені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги
КЛАСИ IV-VI
XII. Практичні обчислення. Учень:
9) у практичній ситуації обчислює: відстань при заданій швидкості та часі, швидкість при заданому шляху та часі, час при заданому шляху та швидкості та використовує одиниці швидкості км/год та м/с.
КЛАСИ VII та VIII
XIII. Інтерпретація даних і елементи описової статистики. Учень:
1) інтерпретує дані, що зображені за допомогою таблиць, стовпчикових і кругових діаграм, графіків, а також графіків у системі координат.

Правила оцінювання
1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна або неповна відповідь, або немає відповіді.

Розв'язок
ПП

Завдання 16. (0–1)

Дано чотири числа: $\sqrt{2}, \sqrt{8}, -\sqrt{10}, -\sqrt{18}$. Сума трьох з них дорівнює 0.

Яке число слід відкинути, щоб сума трьох чисел, які залишаться, дорівнювала 0? Вибери вірну відповідь серед наведених.

A. $\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{8}$ **C.** $-\sqrt{10}$ **D.** $-\sqrt{18}$

Загальні вимоги

I. Вміння рахувати.

1. Здійснення нескладних розрахунків усно або письмово, а також використання цих умінь у практичних ситуаціях.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

II. Корені. Учень:

2) обчислює величину поданого квадратного або кубічного кореня, а також арифметичного виразу, що подано в корені.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

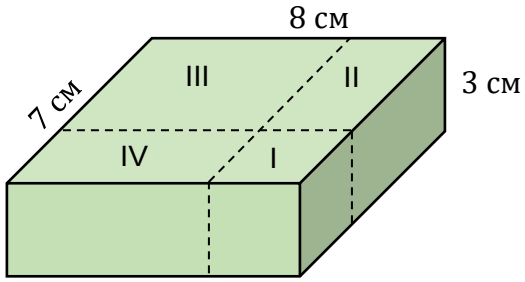
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Розв'язок

C

Завдання 17. (0–1)

На рисунку зображений прямокутний паралелепіпед розмірами 8 см, 7 см і 3 см, а також спосіб, яким його розрізано на чотири частини: куб (I) і три паралелепіпеди (II, III, IV).



Закінчи речення. Вибери вірну відповідь серед наведених.

Об'єм паралелепіпеду II дорівнює

A. 27 см^3 **B.** 36 см^3 **C.** 45 см^3 **D.** 60 см^3

Загальні вимоги

IV. Міркування та аргументація.
3. Застосування логіки, що виникає зі змісту завдання, створення логічного розв'язку завдання, також у багатоетапних розв'язках і таких, які вимагають умінь поєднування знань з різних розділів математики.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
XI. Обчислення в геометрії. Учень:
5) обчислює об'єм і площу поверхні паралелепіпеда на підставі даних про довжину сторін.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Розв’язок

B

Завдання 18. (0–1)

На спектакль були доступні повні квитки за однаковою ціною, а також пільгові квитки, кожний з яких коштував на 50% менше, ніж повний. Пані Анна за 3 повні квитки і 2 пільгові квитки заплатила 120 зл. На той самий спектакль пан Яцек купив 2 повні квитки і 3 пільгові, а пан Марек купив 2 повні квитки і 1 пільговий.

Доповни наведені нижче речення. Вибери відповідь серед позначених літерами A і B, а також відповідь серед позначених літерами C і D.

Пан Яцек заплатив за квитки **A** / **B**. **A.** 120 зл **B.** 105 зл

Пані Анна заплатила за квитки на **C** / **D** більше, ніж пан Марек. **C.** 45 зл **D.** 30 зл

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація записів.
2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будування її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
VI. Рівняння з одним невідомим. Учень:
4) розв'язує текстові завдання за допомогою рівняння першого ступеня з одним невідомим, в т.ч. з розрахунками з відсотками.

Правила оцінювання

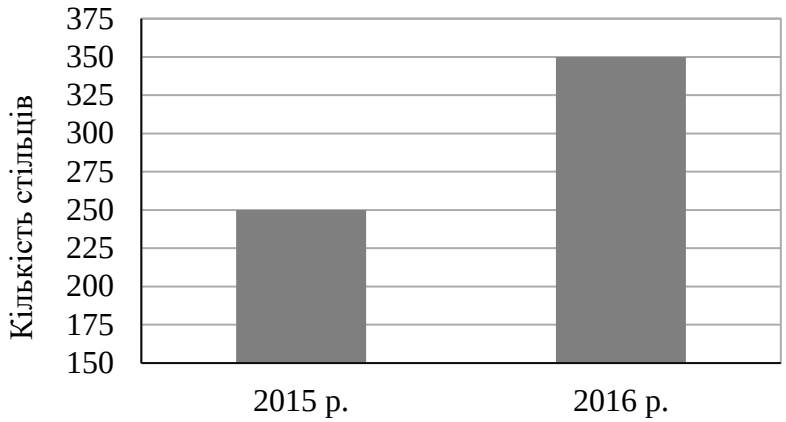
1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна або неповна відповідь, або немає відповіді.

Розв’язок

BC

Завдання 19. (0–1)

На діаграмі показано обсяг виробництва крісел на фірмі *Mebelix* у 2015 і 2016 рр.



Чи кількість виготовлених крісел у 2016 році була на 100% більше від кількості виготовлених крісел у 2015 році? Вибери відповідь Т або Н і її обґрунтування з-поміж А, В або С.

A	Так,	оскільки	**1.**	другий стовпчик на діаграмі в два рази вищий від першого.
B	Ні,		**2.**	кількість крісел, виготовлених у 2016 році на 40% більша, ніж кількість крісел, виготовлених у 2015 році.
			3.	у 2016 році виготовлено на 100 крісел більше, ніж у 2015 році.

Загальні вимоги

IV. Міркування та аргументація.

1. Здійснення простого розмірковування, зображення аргументів, що обґрунтовують правильність розмірковування, розрізнення доказу і прикладу.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII

V. Обчислення з відсотками. Учень:

5) застосовує обчислення з відсотками під час розв'язування завдань у практичному контексті, а також у випадках збільшення або зменшення даної величини у два рази.

XIII. Зчитування даних і елементи описової статистики. Учень:

1) інтерпретує дані, що зображені за допомогою таблиць, стовпчикових і кругових діаграм, графіків, а також графіків у системі координат.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

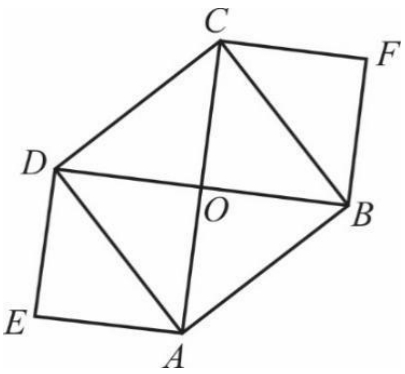
0 балів – неправильна або неповна відповідь, або немає відповіді.

Розв'язок

B2

Завдання 20. (0–1)

На рисунку показано квадрати *ABCD*, *EAOD* і *BFCO*. Точка *O* є точкою перетину діагоналей квадрата *ABCD*.



Оціни правильність наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правильне, або Н – якщо воно неправильне.

Площа квадрата *ABCD* дорівнює сумі площ квадратів *EAOD* і *BFCO*.	**П**	**Н**
Периметр квадрата *ABCD* дорівнює сумі довжин усіх діагоналей квадратів *EAOD* і *BFCO*.	**П**	**Н**

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.
1. Зчитування та інтерпретація даних, що зображені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
IX. Багатокутники, круги та кола. Учень:
5) знає найважливіші властивості квадрата, прямокутника, ромба, паралелограма та трапеції, розпізнає осесиметричні фігури та вказує осі симетрії фігур.

Правила оцінювання

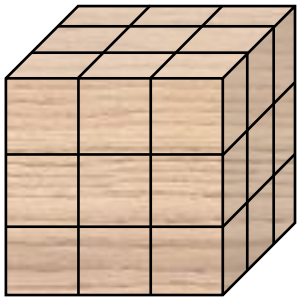
1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна або неповна відповідь, або немає відповіді.

Розв’язок

ПП

Завдання 21. (0–1)

Дерев'яний куб, довжина сторони якого рівна 30 см, розрізали на 27 однакових менших кубів. З восьми таких малих кубів створили новий куб.



Оціни правильність наведених тверджень. Вибери П, якщо твердження правильне, або Н – якщо воно неправильне.

Площа поверхні нового кубу дорівнює 4 800 см^2.	**П**	**Н**
Об'єм нового кубу дорівнює 8 000 см^3.	**П**	**Н**

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.
1. Зчитування та інтерпретація даних, що зображені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
XI. Обчислення в геометрії. Учень:
5) обчислює об'єм і площу поверхні паралелепіпеда на підставі даних про довжину сторін.

Правила оцінювання

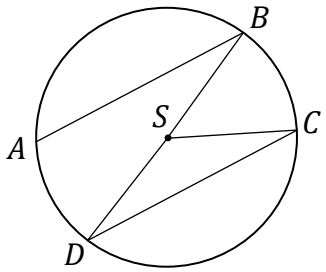
1 бал – правильна відповідь.
0 балів – неправильна або неповна відповідь, або немає відповіді.

Розв’язок

НП

Завдання 22. (0–1)

На колі з центром у точці S позначено точки A, B, C, D, а потім проведено відрізки AB, BD, DC та CS (див. рисунок).



Доповни подані нижче речення. Вибери відповідь із тих, що позначені літерами A та B та із тих, що позначені літерами C та D.

Трикутник DCS | **A** | **B** | рівнобедрений.

A. так

B. ні

Довжина відрізка DB дорівнює | **C** | **D** |.

C. сумі довжин відрізків DS та CS

D. довжині відрізка AB

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація записів.

1. Використання простих, добре відомих математичних об'єктів, інтерпретація математичних понять та оперування математичними об'єктами.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV-VI

IX. Багатокутники, круги та кола. Учень:

1) розпізнає і називає гострокутний, прямокутний, тупокутний, рівносторонній і рівнобедрений трикутники;

6) вказує на рисунку хорду, діаметр і радіус круга та кола.

Правила оцінювання

1 бал – правильна відповідь.

0 балів – неправильна або неповна відповідь, або немає відповіді.

Розв'язок

AC

Завдання 23. (0–2)

Доведи, що перший день вересня і перший день грудня того самого року припадає на той самий день тижня.

Загальні вимоги

IV. Міркування та аргументація.
2. Розуміння закономірності, схожості та аналогії, а також формулювання висновків на їх основі.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
XII. Практичні обчислення. Учень:
4) здійснює прості календарні обчислення у днях, тижнях, місяцях, роках.

Правила оцінювання

2 бали –	повний розв'язок: формулювання правильного обґрунтування того, що перше вересня і перше грудня того ж року припадають на той самий день тижня.
1 бал –	запис, що від 1 вересня до 1 грудня минає 91 день, *АБО* запис, що 1 грудня припадає на той самий вибраний день тижня, що й 1 вересня.
0 балів –	неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

вересень	30 днів
жовтень	31 день
листопад	30 днів
Разом:	91 день

91 : 7 = 13

Від 1 вересня до 1 грудня минає рівно 13 тижнів, отож 1 вересня припадає на той самий день тижня, що й 1 грудня.

Другий спосіб

Припустимо, що 1 вересня припадає на понеділок, отож наступні понеділки це: 8, 15, 22 і 29 вересня, 6, 13, 20 і 27 жовтня, 3, 10, 17 і 24 листопада, а також
1 грудня. З цього випливає, що 1 вересня і 1 грудня припадають на той самий день тижня. Так само буде, якщо 1 вересня припадатиме на вівторок, середу, тощо - завжди 1 грудня припадає на той самий день тижня, що й 1 вересня.

Завдання 24. (0–3)

У таблиці зображено вибрану інформацію про два типи чаю, які п'є родина Новаків.

Тип упаковки	Вміст упаковки	Ціна упаковки	Кількість чаю, необхідна для заварювання однієї чашки напою
чай у пакетиках	50 пакетиків	8,50 зл	1 пакетик
розсипний чай	50 г	5,00 зл	2 г

Ця родина випиває щоденно у середньому 12 чашок чаю і має намір купити якомога меншу кількість упаковок чаю одного типу, щоб її вистачило на 30 днів. Обчисли вартість закупівлі розсипного чаю, а також вартість закупівлі чаю у пакетиках. Запиши обчислення.

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація записів.
2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будування її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI

XIV. Текстові завдання. Учень:
5) для вирішення завдань, поданих у практичному контексті, застосовує здобуті знання з області арифметики та геометрії, набуті розрахункові навички, а також власні правильні методи.

Правила оцінювання

3 бали – повний розв'язок: правильний спосіб обчислення вартості закупівлі обох типів чаю на 30 днів, правильні обчислення ***та*** правильний числовий результат (чай в пакетиках: 68 зл, розсипний чай: 75 зл).

2 бали – правильний спосіб обчислення вартості закупівлі чаю в пакетиках ***та*** розсипного чаю на 30 днів
АБО
обчислення вартості закупівлі чаю у пакетиках на 30 днів (68 зл),
АБО
обчислення вартості закупівлі розсипного чаю на 30 днів (75 зл).

1 бал – правильний спосіб обчислення кількості упаковок одного типу чаю на 30 днів.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

Сім'я Новаків випиває в середньому 12 чашок чаю на день.

Для заварювання однієї чашки чаю потрібен один пакетик чаю.

Обчислимо, скільки пакетиків чаю потрібно на 30 днів:

1 день — 12 пакетиків
30 днів — 360 пакетиків

В одній упаковці міститься 50 пакетиків чаю. Обчислимо, скільки пачок чаю в пакетиках потрібно купити:

360 : 50 = 7,2

Потрібно купити 8 упаковок чаю в пакетиках. Обчислимо вартість закупівлі 8 упаковок цього чаю:

8 • 8,50 зл = 68 зл

Для заварювання однієї чашки чаю потрібно 2 г розсипного чаю. Обчислимо, скільки грамів розсипного чаю потрібно на 30 днів:

1 день — 12 • 2 г = 24 г

30 днів — 30 • 24 г = 720 г

В одній упаковці міститься 50 г розсипного чаю. Обчислимо, скільки пачок розсипного чаю потрібно купити:

720 : 50 = 14 залишок 20

Потрібно купити 15 упаковок розсипного чаю. Обчислимо вартість закупівлі 15 упаковок цього чаю:

15 • 5 зл = 75 зл

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

Другий спосіб

Чай у пакетиках:

12 пакетиків чаю вистачить на 1 день
1 упаковка – це 50 пакетиків – вистачить на 4 дні і ще залишиться 2 пакетики

6 • 4 дні = 24 дні і 6 • 2 пакетики = 12 пакетиків (1 день)

На 25 днів потрібно купити 6 упаковок.
На наступні 5 днів потрібні ще 2 упаковки.
На 30 днів потрібно купити 8 упаковок.

8 • 8,50 зл = 68 зл

Розсипний чай:

1 день — 12 • 2 г = 24 г

1 упаковка містить 50 г, яких вистачить на 2 дні і ще залишиться 2 г
15 упаковок — 30 днів і ще залишиться 30 г
14 упаковок — 29 днів і 4 г
Бракує 20 г, отож треба купити 15 упаковок.

15 • 5 зл = 75 зл

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

Третій спосіб

Чай у пакетиках:

1 день — 12 пакетиків
30 днів — 360 пакетиків
360 : 50 = 7 залишок 10
На 30 днів потрібно купити 8 упаковок.

8 • 8,50 зл = 68 зл

Розсипний чай:

1 день – 12 чаїв
30 днів – 360 чаїв

1 день — 12 • 2 г = 24 г

50 г : 2 = 25 г — однієї упаковки розсипного чаю вистачить на 25 чаїв
360 : 25 = 14 залишок 10
Потрібно купити 15 упаковок.

15 • 5 зл = 75 зл

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

Четвертий спосіб

Чай у пакетиках:

12 пакетиків треба на 1 день
30 · 12 = 360 — кількість пакетиків чаю, яка потрібна на 30 днів
1 упаковка містить 50 пакетиків чаю
7 · 50 = 350 пакетиків чаю — не вистачає на 30 днів
8 · 50 = 400 пакетиків чаю — вистачить на 30 днів
Треба купити 8 упаковок цього чаю.

8 • 8,50 зл = 68 зл

Розсипний чай:

1 день — 12 • 2 г = 24 г

30 · 24 г = 720 г — кількість грамів чаю, яка потрібна на 30 днів
14 · 50 = 700 г — не вистачає на 30 днів
15 · 50 = 750 г — вистачить на 30 днів
Треба купити 15 упаковок цього чаю.

15 • 5 зл = 75 зл

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

П'ятий спосіб

Чай у пакетиках:
8,50 : 50 = 0,17 зл/1 пакетик
0,17 · 30 · 12 = 61,20 зл

61,20 : 8,50 = 7,2
На 30 днів потрібно купити 8 упаковок.

8 • 8,50 зл = 68 зл

Розсипний чай:
5 : 50 = 0,10 зл/1 г
0,10 · 30 · 12 · 2 = 72 зл
72 : 5 = 14,4
На 30 днів потрібно купити 15 упаковок.

15 • 5 зл = 75 зл

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

Шостий спосіб

Чай у пакетиках:
1 день – 12 пакетиків
30 днів – 360 пакетиків
360 – 50 = 310 — 1. упаковка
310 – 50 = 260 — 2. упаковки
260 – 50 = 210 — 3. упаковки
210 – 50 = 160 — 4. упаковки
160 – 50 = 110 — 5. упаковок
110 – 50 = 60 — 6. упаковок
60 – 50 = 10 — 7. упаковок
10 — 8. упаковок

8 • 8,50 зл. = 68 зл.

Розсипний чай:

1 день — 12 • 2 г = 24 г

30 · 24 г = 720 г — кількість грамів чаю, потрібна на 30 днів
720 – 50 = 670 — 1. упаковка
670 – 50 = 620 — 2. упаковки
620 – 50 = 570 — 3. упаковки
570 – 50 = 520 — 4. упаковки
520 – 50 = 470 — 5. упаковок
470 – 50 = 420 — 6. упаковок
420 – 50 = 370 — 7. упаковок
370 – 50 = 320 — 8. упаковок
320 – 50 = 270 — 9. упаковок
270 – 50 = 220 — 10. упаковок
220 – 50 = 170 — 11. упаковок
170 – 50 = 120 — 12. упаковок
120 – 50 = 70 — 13. упаковок
70 – 50 = 20 — 14. упаковок
20 — 15. упаковок

15 • 5 зл. = 75 зл.

Відповідь: За чай у пакетиках треба заплатити 68 зл, а за розсипний чай – 75 зл.

Завдання 25. (0–3)

У системі координат на площині подано точки: $K = (–2, 8)$ і $M = (4, 6)$.

Обчисли координати точки *P* при умові, що одна з трьох точок *P, K, M* буде серединою відрізка з кінцями в двох інших точках. Вкажи усі можливі варіанти.

Загальні вимоги

IV. Міркування та аргументація.
3. Застосування логіки, що виникає зі змісту завдання, створення логічного роз'язку задачі, також у багатоетапних розв'язках і таких, які вимагають умінь поєднування знань з різних розділів математики.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
X. Числова вісь. Система координат на площині. Учень:
4) знаходить середину відрізка, кінці якого мають дані координати (цілі або раціональні), а також знаходить координати другого кінця відрізка, коли задані один його кінець та середина.

Правила оцінювання

3 бали – повний розв'язок: розгляд усіх можливостей розташування точки *P*, правильний розв'язок ***та*** правильні числові результати (1, 7), (-8, 10), (10, 4).

2 бали – розгляд **усіх** можливих варіантів розміщення точки *P* ***та*** правильний спосіб визначення всіх можливих координат (x, y) цієї точки

АБО

розгляд **двох** можливостей розташування точки *P* ***та*** правильний спосіб визначення можливих координат (x, y) цієї точки ***та*** правильні числові результати: (1, 7), (-8, 10) або (1, 7); (10, 4) або (-8, 10); (10, 4).

1 бал – розгляд **однієї** можливості розміщення точки *P* ***та*** правильний спосіб визначення координат (x, y) цієї точки.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразок повної відповіді

Є три можливі варіанти розміщення точок *P, K* і *M*.

- Точка $P=(x,y)$ є серединою відрізка *KM*.

  $x=\frac{-2+4}{2}=1$ $\quad y=\frac{8+6}{2}=7$ $\quad P=(1,7)$

- Точка *K* є серединою відрізка *PM*, де $P=(x,y)$.

  $-2=\frac{x+4}{2}$ $\quad 8=\frac{y+6}{2}$

  $x+4=-4$ $\quad y+6=16$

  $x=-8$ $\quad y=10$ $\quad P=(-8,10)$

- Точка *M* є серединою відрізка *PK*, де $P=(x,y)$.

$4=\frac{x-2}{2}$ $6=\frac{y+8}{2}$

$x-2=8$ $y+8=12$

$x=10$ $y=4$ $P=(10,4)$

Відповідь: Точка *P* може мати координати $(1,7)$, $(-8,10)$ або $(10,4)$.

Завдання 26. (0–2)

У таблиці наведені ціни купівлі і продажу двох валют в обмінному пункті *Pik*.

	Купівля	Продаж
1 долар	4,18 зл.	4,25 зл.
1 британський фунт	5,10 зл.	5,22 зл.

Мартин хоче обміняти 400 британських фунтів на долари. Для цього він мусить спочатку обміняти фунти на злоті, а потім - отримані злоті обміняти на долари.

Обчисли, скільки доларів отримає Мартин, якщо обміняє валюту в обмінному пункті *Pik*? Запиши обчислення.

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.
1. Зчитування та інтерпретація даних, що зображені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
XIV. Текстові завдання. Учень:
5) для вирішення завдань, поданих у практичному контексті, застосовує здобуте знання з області арифметики та геометрії, набуті розрахункові навички, а також власні правильні методи.

Правила оцінювання

2 бали – повний розв'язок: правильний спосіб обчислення суми (в доларах), яку Мартин отримає в обмінному пункті *Pik*, правильні обчислення ***та*** правильний числовий результат (480).

1 бал – правильний спосіб обчислення суми (у злотих), за яку обмінник купив 400 британських фунтів,
АБО
правильний спосіб обчислення суми (у доларах), яку Мартин отримає за 1 британський фунт.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

Обчислимо, скільки злотих отримає Мартин за 400 британських фунтів:
$400 \cdot 5{,}10$ зл = 2 040 зл
Обчислимо, скільки доларів отримає Мартин за 2040 злотих:
$2040 : 4{,}25 = 480$
Відповідь: За 400 британських фунтів Мартин отримає 480 доларів.

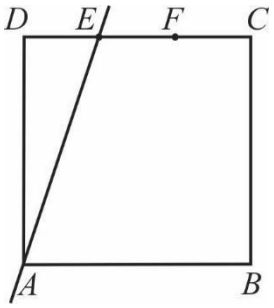
Другий спосіб

Обмінник купує у Мартина 1 британський фунт за $5{,}10$ зл, а продає йому долари по 4,25 зл за долар.
Обчислимо, скільки доларів отримає Мартин за один фунт:
$5{,}10 : 4{,}25 = 1{,}2$
За кожний фунт Мартин отримує 1,2 долара.
Обчислимо, скільки доларів отримає Мартин за 400 фунтів

$400 \cdot 1{,}20 = 480$
Відповідь: За 400 британських фунтів Мартин отримає 480 доларів.

Завдання 27. (0–2)

Сторона *CD* квадрата *ABCD* поділена точками *E* і *F* на три рівні відрізки. Через вершину *A* квадрата й через точку *E* проведена пряма (див. рисунок). Площа трикутника *AED* дорівнює 24 см^2.



Обчисли площу квадрата *ABCD*. Запиши обчислення.

Загальні вимоги

IV. Міркування та аргументація.
2. Розуміння закономірності, схожості та аналогії, а також формулювання висновків на їх основі.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
XI. Обчислення в геометрії. Учень:
3) обчислює площі: трикутника, квадрата, прямокутника, ромба, паралелепіпеда, трапеції, зображених на рисунку, а також у практичних ситуаціях, в т.ч. також для даних, що вимагають зміни одиниць.

Правила оцінювання

2 бали – повний розв'язок: правильний спосіб обчислення площі квадрата *ABCD*, правильні обчислення ***та*** правильний числовий результат, що відповідає використаній одиниці (144 см^2).

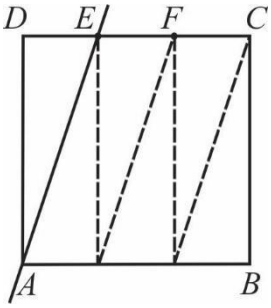
1 бал – запис, що площа квадрата у 6 разів більша, ніж площа трикутника *AED*,
АБО
запис, що площа половини квадрата у 3 рази більша, ніж площа трикутника *AED*,
АБО
обчислення довжини одного з катетів трикутника *AED*.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

Зауважимо, що квадрат *ABCD* можна поділити на 6 трикутників, рівних трикутнику *AED*.

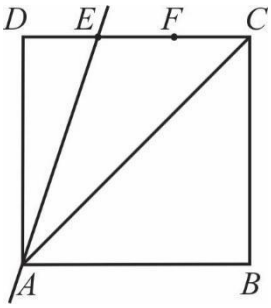


$P = 6 \cdot 24 = 144$ (см^2)

Відповідь: Площа квадрата *ABCD* дорівнює 144 см^2.

Другий спосіб

Зауважимо, що трикутник *AED* має у 3 рази меншу площу, ніж площа половини квадрата. Отож, вона у 6 разів менша, ніж площа квадрата *ABCD*.



$P = 6 \cdot 24 = 144$ (см^2)

Відповідь: Площа квадрата *ABCD* дорівнює 144 см^2.

Третій спосіб

Позначимо довжину сторону *DE* трикутника як *a*. Тоді сторона *DA* трикутника матиме довжину 3*a*. Запишемо і розв'яжемо рівняння, використовуючи формулу площі трикутника:

$24 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a$

$3a^2 = 48$

$a = 4$

$3a = 3 \cdot 4 = 12$

$P = 6 \cdot 24 = 144$ (см^2)

Відповідь: Площа квадрата *ABCD* дорівнює 144 см^2.

Завдання 28. (0–2)

У першому резервуарі було в чотири рази більше літрів води, ніж у другому. До кожного резервуару влили по 6 літрів води. Зараз у першому резервуарі є у два рази більше літрів води, ніж у другому.

Обчисли, скільки разом літрів води є в обох резервуарах? Запиши обчислення.

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація записів.
2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будування її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
VI. Рівняння з одним невідомим. Учень:
4) вирішує текстові завдання за допомогою рівняння першого ступеня з одним невідомим, в т.ч. з розрахунками у відсотках.

Правила оцінювання

2 бали –	повний розв'язок: правильний спосіб обчислення загальної кількості літрів води в обох резервуарах, правильні обчислення ***та*** правильний числовий результат, що відповідає використаній одиниці (27 літрів).
1 бал –	правильний спосіб обчислення початкової кількості літрів води у першому резервуарі *АБО* правильний спосіб обчислення початкової кількості літрів води у другому резервуарі.
0 балів –	неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

Позначимо початковий об'єм води (в літрах) у другому резервуарі як x, а початковий об'єм води (в літрах) у першому резервуарі як $4x$.

Обчислимо, скільки літрів води було в другому резервуарі спочатку. Запишемо і розв'яжемо рівняння:

$4x + 6 = 2(x + 6)$
$4x + 6 = 2x + 12$
$x = 3$
В другому резервуарі на початку було 3 літри води.
У першому резервуарі на початку було $4 \cdot 3 = 12$ літрів води.

Обчислимо, скільки літрів води було після того, як до кожного резервуара налили по 6 літрів води:
$12 + 6 = 18$ (літрів)
у другому резервуарі:
$3 + 6 = 9$ (літрів)
Обчислимо, скільки всього літрів води в обох резервуарах:
$18 + 9 = 27$

Відповідь: Разом в обох резервуарах є 27 літрів води.

Другий спосіб

Позначимо початковий об’єм води (в літрах) у першому резервуарі як x, а початковий об’єм води (в літрах) у другому резервуарі як $\frac{1}{4}x$.

Запишемо і розв’яжемо рівняння:

$$x+6=2\left(\frac{1}{4}x+6\right)$$

$$x+6=\frac{1}{2}x+12$$

$$\frac{1}{2}x=6$$

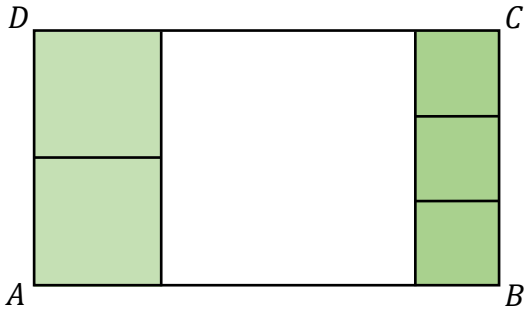
$$x = 12$$

Перший резервуар спочатку містив 12 літрів води, а другий резервуар містив $\frac{1}{4}\cdot 12 = 3$ літри води. Отже, після наливання 6 літрів води:
– у першому резервуарі є 12 + 6 = 18 (літрів)
– у другому резервуарі є 3 + 6 = 9 (літрів)
Всього в обох резервуарах 18 + 9 = 27 (літрів)

Відповідь: Разом в обох резервуарах є 27 літрів води.

Завдання 29. (0–3)

Прямокутник *ABCD* поділено на 6 квадратів: один великий, два середні і три малі, як на рисунку.



Доведи, що площа поверхні великого квадрата більша, ніж половина площі прямокутника *ABCD*.

Загальні вимоги

IV. Міркування та аргументація.
1. Здійснення простого розмірковування, надання аргументів, що обґрунтовують правильність розмірковування, розрізнення доказу і прикладу.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
III. Створення алгебраїчних виразів з одним та багатьма невідомими. Учень:
3) записує залежності, що зображені у завданнях, в формі алгебраїчних виразів з одним або багатьма невідомими.

Правила оцінювання

3 бали – повний розв'язок: формулювання правильного обґрунтування того, що великий квадрат займає більше половини площі прямокутника *ABCD*.

2 бали – записування площі прямокутника *ABCD* і площі великого квадрата за допомогою алгебраїчних виразів, що містять той самий невідомий
АБО
записування довжини сторони *AB* прямокутника *ABCD* і довжини сторони великого квадрата за допомогою алгебраїчних виразів, що містять один невідомий,
АБО
ствердження, що два середні квадрати займають половину поверхні великого квадрата, а три малі квадрати займають поверхню меншу, ніж половина поверхні великого квадрата,
АБО
обґрунтування правильним методом, але з помилковими розрахунками, що великий квадрат займає більше половини площі прямокутника *ABCD*.

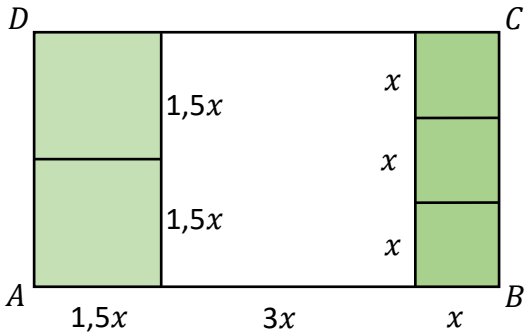
1 бал – записування залежності між довжинами сторін квадратів.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

Якщо позначимо довжину сторони малого квадрата як x, то великий квадрат матиме сторону довжиною $3x$, а середній матиме сторону довжиною $1{,}5x$.



Площа прямокутника *ABCD*: $3 \cdot x^2 + (3x)^2 + 2 \cdot (1{,}5x)^2 = 16{,}5x^2$

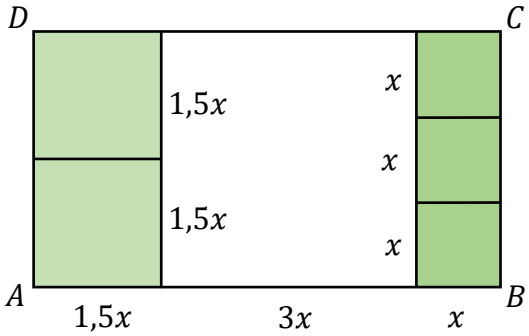
Площа великого квадрата: $(3x)^2 = 9x^2$

Половина площі прямокутника *ABCD* – це $8{,}25x^2$.

Отож, великий квадрат займає понад половину площі прямокутника *ABCD*.

Другий спосіб

Якщо позначимо довжину малого квадрата як x, то великий квадрат матиме сторону довжиною $3x$, а середній матиме сторону довжиною $1{,}5x$.



Обчислимо довжину відрізка *AB*, на якому встановлений прямокутник *ABCD*: $1{,}5x + 3x + x = 5{,}5x$.

Поділимо прямокутник *ABCD* на три прямокутники однакової висоти *AD*: перший складений з 2 середніх квадратів, другий – великий квадрат, а третій складений з 3 малих квадратів.

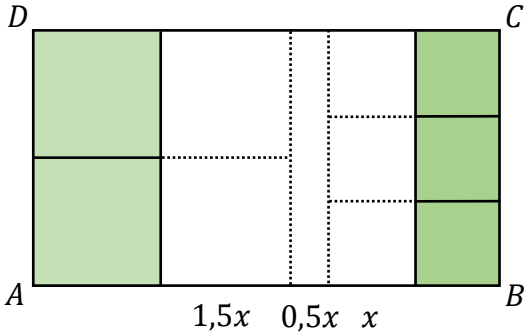
Великий квадрат має сторону довжиною $3x$.

Половина довжини відрізка *AB* – це $2{,}75x$.

$2{,}75x \cdot 3x < 3x \cdot 3x$

Отож, великий квадрат займає понад половину площі прямокутника *ABCD*.

Третій спосіб



Зауважимо, що два середні квадрати займають половину поверхні великого квадрата, а три малі квадрати займають поверхню меншу, ніж половина поверхні великого квадрата. Отож, великий квадрат займає понад половину площі прямокутника *ABCD*.

Четвертий спосіб

Сторона середнього квадрата на половину менша, ніж сторона великого квадрата.

З цього випливає, що площа середнього квадрата складає $\frac{1}{4}$ площі великого квадрата.

$$P_{Śr} = \frac{1}{4} P_D$$

Сторона малого квадрата складає $\frac{1}{3}$ сторони великого квадрата. З цього випливає, що площа малого квадрата складає $\frac{1}{9}$ площі великого квадрата.

$$P_M = \frac{1}{9} P_D$$

$$2 \cdot P_{Śr} + 3 \cdot P_M = 2 \cdot \frac{1}{4} P_D + 3 \cdot \frac{1}{9} P_D = \frac{1}{2} P_D + \frac{1}{3} P_D = \frac{5}{6} P_D < P_D$$

Отож, великий квадрат займає понад половину площі прямокутника *ABCD*.

Завдання 30. (0–3)

Прямокутну смужку паперу порізали на чотири частини так, як зображено на рисунку 1. З цих частин склали фігуру у формі квадрата так, як показано на рисунку 2. Площа цього квадрата дорівнює 36 см^2.

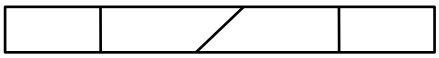


Рисунок 1.

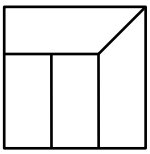


Рисунок 2.

Обчисли периметр смужки паперу до розрізання. Запиши обчислення.

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.
1. Зчитування та інтерпретація даних, що зображені у різних формах, а також їх обробка.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
XI. Обчислення в геометрії. Учень:
2) обчислює периметр багатокутника із заданими довжинами сторін;
3) обчислює площі: трикутника, квадрата, прямокутника, ромба, паралелепіпеда, трапеції, зображених на рисунку, а також у практичних ситуаціях, в т.ч. також для даних, що вимагають зміни одиниць.

Правила оцінювання

3 бали – повний розв'язок: правильний спосіб обчислення периметра паперової смужки перед розрізанням, правильні обчислення ***та*** правильний числовий результат, що відповідає використаній одиниці довжини (40 см).

2 бали – правильний спосіб обчислення периметра смужки паперу перед розрізанням
АБО
обчислення розмірів прямокутників і трапецій, з яких був складений квадрат (прямокутник: 2 см × 4 см, трапеція: основи – 4 см і 6 см, висота – 2 см).

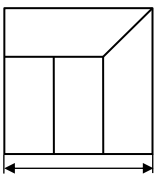
1 бал – правильний спосіб обчислення довжини сторін квадрата.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

Обчислимо довжину сторони квадрата:
$\sqrt{36} = 6$ (см).



6 см

Ця довжина складається з 3 ширин смужки, отож смужка мала ширину:

6 : 3 = 2 (см).
Площа смужки дорівнює площі квадрата, отож довжина смужки це:
36 : 2 = 18 (см).
До розрізання смужка мала розміри 2 см × 18 см, Обчислимо периметр смужки:

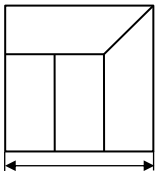
$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40$ (см)

Відповідь: Периметр смужки паперу до розрізання дорівнював 40 см.

Другий спосіб

Обчислимо довжину сторони квадрата:

$\sqrt{36}$ = 6 (см).



Ця довжина складається з 3 ширин смужки, отож смужка мала ширину:
6 : 3 = 2 (см).
Довжина більшої основи трапеції дорівнює довжині сторони квадрата, тобто 6 см.
Обчислимо довжину меншої основи трапеції:
6 - 2 = 4 (см)
Довжина другої сторони меншого прямокутника дорівнює довжині меншої основи трапеції, тобто 4 см.
Обчислимо довжину паперової смужки перед розрізанням:
4 + 6 + 4 + 4 = 18 (см)
Обчислимо периметр паперової смужки:

2 · 2 + 2 · 18 = 40 (см)

Відповідь: Периметр паперової смужки до розрізання дорівнював 40 см.

Завдання 31. (0–3)

Три сусідки замовили разом каву в інтернет-магазині. Кава для пані Малиновської мала коштувати 120 зл, а для пані Вишневської і пані Сливінської – по 90 зл. Сусідки за покупку отримали знижку та за замовлену каву заплатили тільки 260 зл.

Обчисли, скільки грошей повинна заплатити кожна жінка, щоб її внесок був пропорційним до первинної вартості замовлення? Запиши обчислення.

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація записів.
2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будування її у різних контекстах, зокрема у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
VII. Пряма пропорційність. Учень:
3) застосовує пропорційний розподіл.

Правила оцінювання

3 бали – повний розв'язок: правильний спосіб обчислення сум, які повинні заплатити пані Малиновська, Вишневська та Сливінська відповідно до початкової вартості замовлення, правильні обчислення ***та*** правильний числовий результат (пані Малиновська: 104 зл, пані Сливінська: 78 зл, пані Вишневська: 78 зл).

2 бали – правильний спосіб обчислення сум, які повинна заплатити кожна сусідка.

1 бал – правильний спосіб обчислення, якою частиною первинної вартості замовлення є замовлена кава для однієї сусідки, наприклад, запис $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$,

АБО

правильний спосіб визначення відношення вартості замовлень, наприклад, запис 4 : 3 : 3,

АБО

правильний спосіб визначення відношення суми, яку слід заплатити після знижки, до первинної вартості замовлення, наприклад, запис $\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$,

АБО

правильний спосіб визначення відношення знижки до первинної вартості замовлення, наприклад, запис $\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

Первинна вартість замовлення - це 300 зл.

$\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$

Ціна кави пані Малиновської складає від цієї суми.

$\frac{4}{10} \cdot 260$ зл = 104 зл — сума, яку має заплатити пані Малиновська

260 зл – 104 зл = 156 зл — загальна сума, яку повинні заплатити пані Вишневська та пані Сливінська

156 : 2 = 78 зл — сума, яку повинна заплатити кожна жінка: Вишневська і Сливінська

Відповідь: Пані Малиновська повинна заплатити 104 зл, а пані Вишневська та пані Сливінська – по 78 зл.

Другий спосіб

4 : 3 : 3 — Обчислимо співвідношення первинних вартостей замовлень
4 + 3 + 3 = 10
260 зл: 10 = 26 зл
4 · 26 зл = 104 зл — Обчислимо суму, яку має заплатити пані Малиновська
3 · 26 зл = 78 зл — Обчислимо суму, яку повинна заплатити кожна жінка: Вишневська і Сливінська

Відповідь: Пані Малиновська повинна заплатити 104 зл, а пані Вишневська та пані Сливінська – по 78 зл.

Третій спосіб

Первинна вартість замовлення - 300 злотих. За замовлену каву сусідки заплатили 260 злотих.

$$\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$$

Кожна жінка повинна заплатити $\frac{13}{15}$ від первинної вартості свого замовлення. Обчислимо суму, яку має заплатити пані Малиновська:

$$\frac{13}{15} \cdot 120 = 13 \cdot 18 = 104 \text{ (зл)}$$

Обчислимо суму, яку мають заплатити пані Вишневська та Сливінська:

$$\frac{13}{15} \cdot 90 = 13 \cdot 6 = 78 \text{ (зл)}$$

Відповідь: Пані Малиновська повинна заплатити 104 зл, а пані Вишневська та пані Сливінська – по 78 зл.

Четвертий спосіб

Початкова вартість замовлення становить 300 зл. Сусідки заплатили за замовлену каву 260 зл, отже сума знижки дорівнює 40 зл.

$$\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$$

Кожна жінка повинна заплатити на $\frac{2}{15}$ менше грошей, ніж передбачалося спочатку. Обчислимо розмір знижки та суму, яку має заплатити пані Малиновська:

$$\frac{2}{15} \cdot 120 = 2 \cdot 8 = 16 \text{ (зл)}$$

$$120 - 16 = 104 \text{ (зл)}$$

Обчислимо суму знижки та суму, яку мають заплатити пані Вишневська та Сливінська:

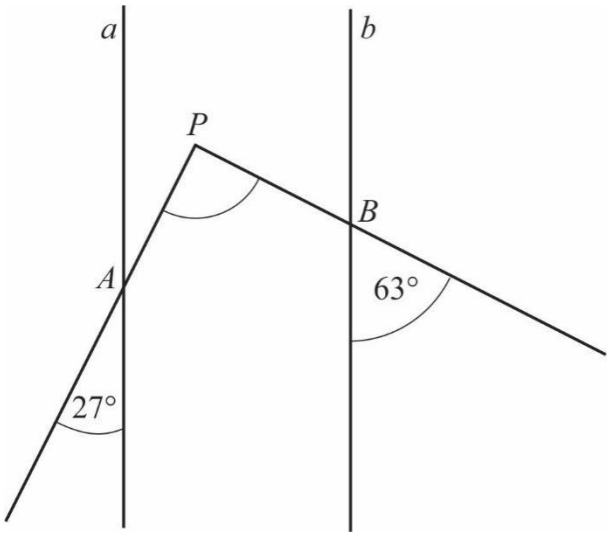
$$\frac{2}{15} \cdot 90 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ (зл)}$$

$$90 - 12 = 78 \text{ (зл)}$$

Відповідь: Пані Малиновська повинна заплатити 104 зл, а пані Вишневська та пані Сливінська – по 78 зл.

Завдання 32. (0–2)

Прямі *a* і *b* паралельні.



Промені *PA* і *PB* перетинають ці прямі, у результаті чого створюють з ними гострі кути, значення яких вказані на рисунку. Доведи, що кут *APB* прямий.

Загальні вимоги

IV. Міркування та аргументація.
1. Здійснення простого розмірковування, надання аргументів, що обґрунтовують правильність розмірковування, розрізнення доказу і прикладу.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
VIII. Властивості геометричних фігур на площині. Учень:
3) використовує властивості паралельних прямих, зокрема, застосовує рівність між суміжними та вертикальними кутами.

Правила оцінювання

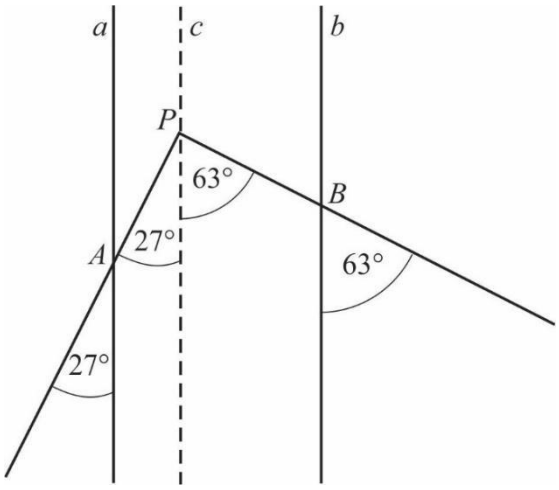
2 бали – повний розв'язок: формулювання правильного обґрунтування того, що кут APB дорівнює 90°, отже, це прямий кут.

1 бал – проведення прямої c ***та*** записування правильної величини принаймні одного відповідного кута до 27° або 63°
АБО
проведення прямої c ***та*** записування правильної величини кутів хоча б одного з трикутників APC або BDP,
АБО
продовження прямої PB або AP ***та*** записування правильної величини відповідного кута в трикутнику APC або BDP,
АБО
проведення прямої c ***та*** встановлення величин тупих кутів п'ятикутника $ACDBP$,
АБО
проведення прямої c ***та*** записування правильних величин кутів CAP та PBC чотирикутника.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

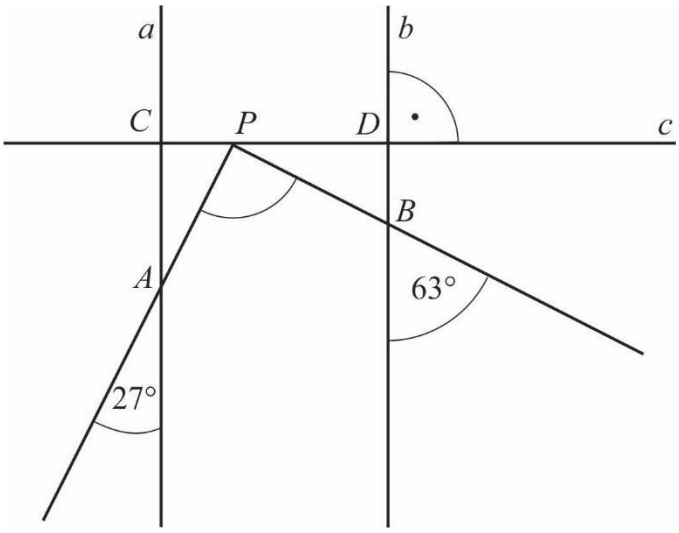
Зразки повних відповідей

Перший спосіб



Через точку P проводимо пряму c паралельну a і b. Вона ділить кут APB на дві частини, з яких одна є відповідним кутом до 27°, а друга – до 63°, отож
$|\sphericalangle APB| = 27° + 63° = 90°$.
Кут APB прямий.

Другий спосіб

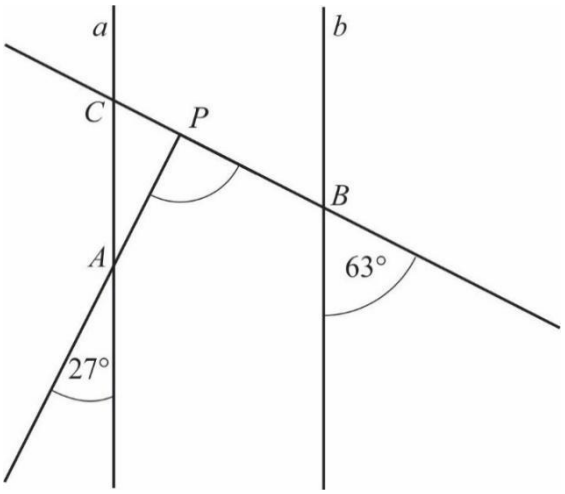


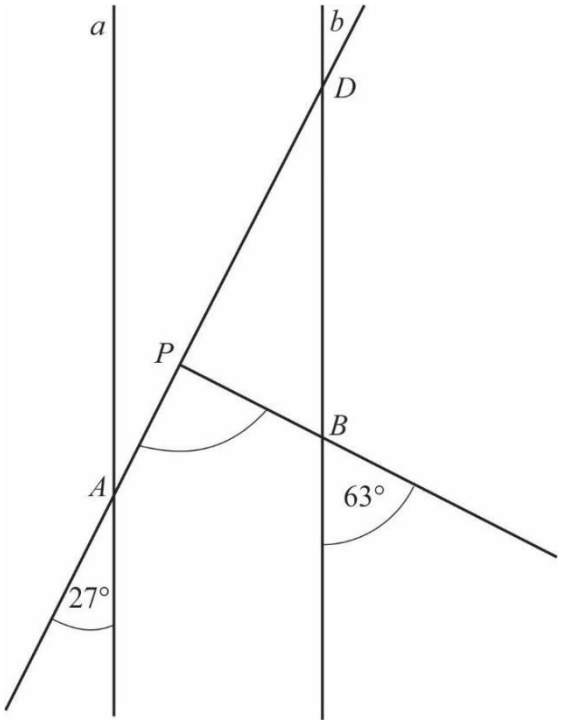
Через точку P проводимо пряму c перпендикулярно до a і b. Вона утворює два прямокутні трикутники APC і BPD. Встановлюємо величини гострих кутів цих трикутників.

$|\sphericalangle CPA| = 90° - 27° = 63°$ і $|\sphericalangle BPD| = 90° - 63° = 27°$
$|\sphericalangle APB| = 180° - (27° + 63°) = 90°$

Кут APB прямий.

Третій спосіб





Продовжуємо промінь *PB* до перетину з прямою *a* у точці *C* (Рисунок 1.) або променем *PA* до перетину з прямою *b* у точці *D (Рисунок 2.)*. Встановлюємо величини двох кутів в утворених трикутниках *APC* або *BPD*. Один з кутів є вертикальним кутом, а другий – відповідним кутом до кутів відповідно 63° і 27°.
Обчислюємо величину третього кута в утворених трикутниках *APC* або *BPD*.

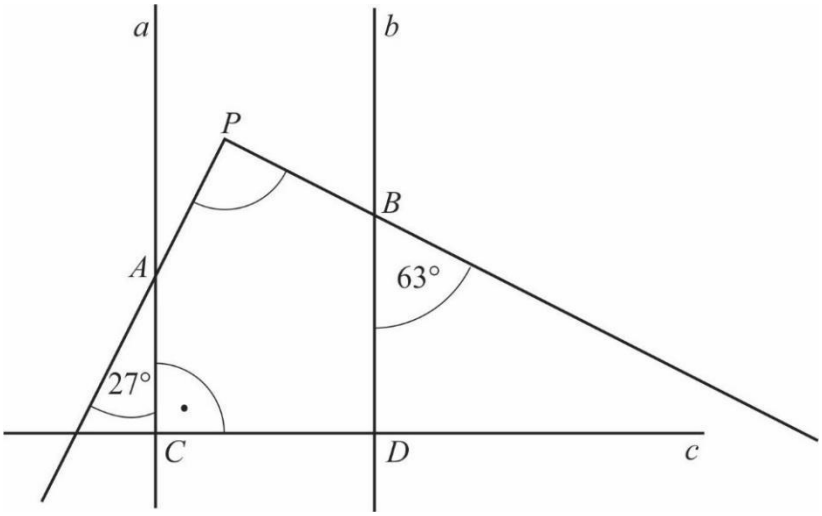
$|\sphericalangle APC| = 180° - (27° + 63°) = 90°$

Кут *APB* є суміжним з кутом *APC*, тобто прямим.

$|\sphericalangle BPD| = 180° - (27° + 63°) = 90°$

Кут *APB* є суміжним з кутом *BPD*, тобто прямим.

Четвертий спосіб

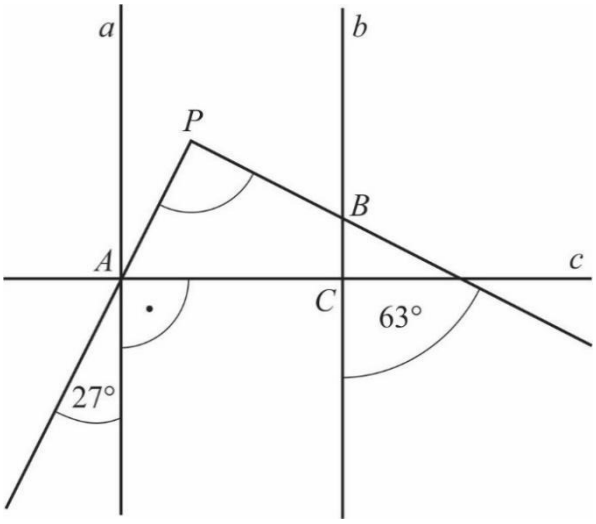


Проводимо пряму *c* перпендикулярну до *a* і *b* так, щоб утворити випуклий п'ятикутник. Встановлюємо величини тупих кутів цього п'ятикутника.

$|\sphericalangle CAP| = 180° - 27° = 153°$ і $|\sphericalangle PBD| = 180° - 63° = 117°$
$|\sphericalangle APB| = 540° - (90° + 90° + 117° + 153°) = 90°$

Кут *APB* прямий.

П'ятий спосіб



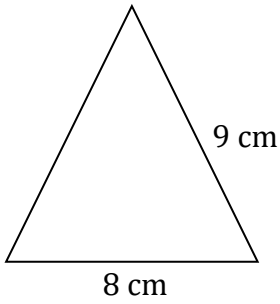
Через точку A проводимо пряму c перпендикулярно до a і b. Вона утворює чотирикутник $ACBP$. Встановлюємо величини двох кутів чотирикутника.

$|\sphericalangle CBP| = 180° - 63° = 117°$ і $|\sphericalangle CAP| = 90° - 27° = 63°$
$|\sphericalangle APB| = 360° - (90° + 117° + 63°) = 90°$

Кут APB прямий.

Завдання 33. (0–3)

Трикутник, який зображений на рисунку, є бічною гранню правильної чотирикутної піраміди.



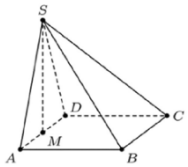
Обчисли загальну площу поверхні цієї піраміди. Запиши обчислення.

Загальні вимоги

IV. Міркування та аргументація.
3. Застосування логіки, що виникає зі змісту завдання, створення логічного вирішення задачі, також у багатоетапних рішеннях і таких, які вимагають умінь поєднування знань з різних розділів математики.

Детальні вимоги

КЛАСИ VII і VIII
XI. Просторова геометрія. Учень:
3) обчислює об'єми пірамід та площі правильних і неправильних пірамід у завданнях не складніших за цей приклад:
Прямокутник *ABCD* є основою піраміди *ABCDS*, точка *M* є серединою грані *AD*, відрізок *MS* є висотою піраміди. Подано наступні довжини сторін: *AD* = 10 см, *AS* = 13 см і *AB* = 20 см. Обчисли об'єм піраміди.



Правила оцінювання

3 бали – повний розв'язок: правильний спосіб обчислення загальної площі поверхні піраміди, правильні обчислення та правильний числовий результат, що відповідає використаній одиниці: $(64 + 16\sqrt{65})$ см^2.

2 бали – правильний спосіб обчислення площі однієї бічної грані та правильний спосіб обчислення площі основи піраміди

АБО

правильний спосіб обчислення висоти бічної грані піраміди, тобто використовуючи теорему Піфагора і записавши, що повна площа поверхні піраміди дорівнює сумі площі квадрата зі стороною 8 см і площі чотирьох трикутників з основою 8 см.

1 бал – правильний спосіб обчислення висоти бічної грані піраміди, тобто за допомогою теореми Піфагора

АБО

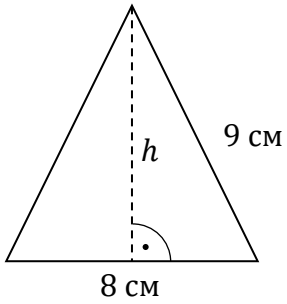
запис, що повна площа поверхні піраміди дорівнює сумі площі квадрата з довжинами сторін 8 см і площ чотирьох трикутників з основами 8 см

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразок повної відповіді

Для обчислення висоти h бічної грані піраміди скористаємося теоремою Піфагора:

$$4^2 + h^2 = 9^2$$
$$h^2 = 81 - 16 = 65$$
$$h = \sqrt{65}\ (\text{см})$$



Обчислимо площу бічної грані піраміди:

$$P_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \sqrt{65} = 4\sqrt{65}\ (\text{см}^2)$$

Обчислимо загальну площу поверхні піраміди:

$$P = 8^2 + 4 \cdot 4\sqrt{65} = 64 + 16\sqrt{65}\ (\text{см}^2)$$

Відповідь: Повна площа поверхні піраміди дорівнює $(64 + 16\sqrt{65})$ см^2.

Завдання 34. (0–2)

Княжу Печеру може відвідати щодня тільки десять груп, які входять одна за другою через однакові проміжки часу. Перша група розпочинає екскурсію о 9.00, а остання – о 16.30. Група скаутів прийшла відвідати печеру о годині 13.25.

Обчисли, скільки як мінімум хвилин скаути чекатимуть на вхід до печери? Запиши обчислення.

Загальні вимоги

IV. Міркування та аргументування.
3. Застосування логіки, що виникає зі змісту завдання, створення логічного вирішення задачі, також у багатоетапних рішеннях і таких, які вимагають умінь поєднування знань з різних розділів математики.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
XII. Практичні обчислення. Учень:
3) здійснює прості часові обчислення у годинах, хвилинах і секундах.

Правила оцінювання

2 бали – повний розв'язок: правильний спосіб обчислення мінімального часу очікування для входу в печеру, правильні обчислення ***та*** правильний числовий результат (35 хвилин).

1 бал – правильний спосіб обчислення часу відвідування печери.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

Від години 9.00 до 16.30 минає 7 годин і 30 хвилин, тобто 450 хвилин. Протягом цього періоду печеру відвідують 9 разів, отож одне відвідування триває 450 : 9 = 50 хвилин.

Від години 9.00 до 13.25 минає 265 хвилин, а оскільки $265 = 5 \cdot 50 + 15$, отож наступне відвідування відбудеться за 50 – 15 = 35 хвилин.

Відповідь: Скаутам прийдеться чекати як мінімум 35 хвилин.

Другий спосіб

Від години 9.00 до 16.30 минає 7 годин і 30 хвилин, тобто 450 хвилин. Протягом цього періоду печеру відвідують 9 разів, отож одне відвідування триває 450 : 9 = 50 хвилин.

Чергові відвідування печери припадають на години: 9.00, 9.50, 10.40, 11.30, 12.20, 13.10, 14.00.

Відповідь: Скаутам прийдеться чекати як мінімум 35 хвилин.

Завдання 35. (0–2)

Аґнєшка записала чотиризначне число, яке кратне 7. У цьому числі вона закреслила одиницю 1-го розряду і отримала число 496. Яке чотиризначне число записала Аґнєшка? Запиши обчислення.

Загальні вимоги

II. Використання та створення інформації.
2. Інтерпретація та створення текстів математичного характеру і графічне зображення даних.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
II. Операції з натуральними числами. Учень:
3) множить та ділить натуральні числа на однозначні, двозначні або тризначні числа письмово, усно (у найпростіших прикладах), а також за допомогою калькулятора (у складніших прикладах).

Правила оцінювання

2 бали – повний розв'язок: правильний спосіб визначення чотиризначного числа, що ділиться на 7, правильні обчислення ***та*** правильний числовий результат (4963).

1 бал – ствердження, що кожен з доданків суми 4900 + 6x кратний 7,
АБО
запис письмового ділення без вказання результату.

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

Чотиризначне число записуємо у формі 496x, де x означає цифру першого розряду. Число 4900 кратне 7. Шукаємо двозначне число, кратне 7, у якому число другого розряду є рівне 6. На 7 ділиться тільки число 63.

Відповідь: Аґнєшка записала число 4963.

Другий спосіб

Записуємо чотиризначне число у формі 496x, де x означає цифру першого розряду і ділимо його на 7.

	7	0	9		
4	9	6	x	:	7
4	9				
		6	x		
		6	3		
			0		

Щоб залишок після ділення дорівнював 0, двозначне число 6x повинно бути кратне 7. З цього випливає, що x мусить бути рівний 3.

Відповідь: Аґнєшка записала число 4963.

Завдання 36. (0–3)

Прямокутник зі сторонами довжиною 12 і 6 поділено на два прямокутники (див. рисунок).



Периметр одного з прямокутників, утворених в результаті поділу, у 2 рази більший від периметру другого. Знайди розмір прямокутника з меншим периметром. Запиши обчислення.

Загальні вимоги

III. Використання та інтерпретація записів.
2. Підбір математичної моделі до простої ситуації, а також будування її у різних контекстах, в т.ч. у практичному контексті.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV–VI
XI. Обчислення в геометрії. Учень:
1) обчислює периметр багатокутника з заданою довжиною сторін.

Правила оцінювання

3 бали – повний розв'язок: правильний спосіб обчислення розмірів прямокутника з меншим периметром, правильні обчислення ***та*** правильний числовий результат (6 і 2).

2 бали – запис правильного рівняння з одним невідомим, що веде до обчислення довжини коротшої сторони прямокутника з меншим периметром
АБО
правильне обчислення периметру меншого прямокутника,
АБО
перевірка всіх умов задачі принаймні для не менше двох різних пар довжин сторін більшого та меншого прямокутника, зокрема відповідно для чисел: 10 та 2, але без надання розмірів прямокутника з меншим периметром (метод спроб і помилок).

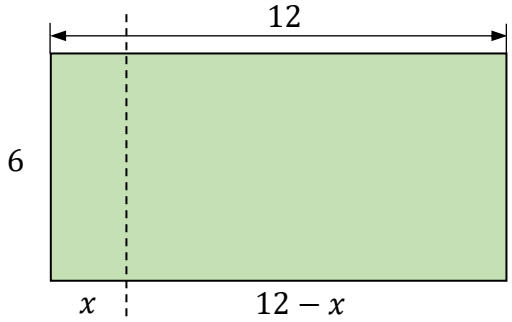
1 бал – правильне визначення довжини двох сторін утворених прямокутників,
АБО
ствердження, що після переміщення лінії розподілу сума периметрів утворених фігур не зміниться,
АБО
здійснення розподілу прямокутника на два менші прямокутники і обчислення периметрів утворених фігур (метод спроб і помилок).

0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

Перший спосіб

Ділимо прямокутник на два прямокутники. Дві сторони утворених прямокутників позначаємо так, як показано на рисунку.



Периметр меншого прямокутника рівний $2 \cdot x + 2 \cdot 6 = 2x + 12$

Периметр більшого прямокутника рівний $2 \cdot (12 - x) + 2 \cdot 6 = 36 - 2x$

Периметр одного прямокутника у 2 рази більший від периметра другого, що записуємо за допомогою рівняння.

$$36 - 2x = 2 \cdot (2x + 12)$$

$$36 - 2x = 4x + 24$$

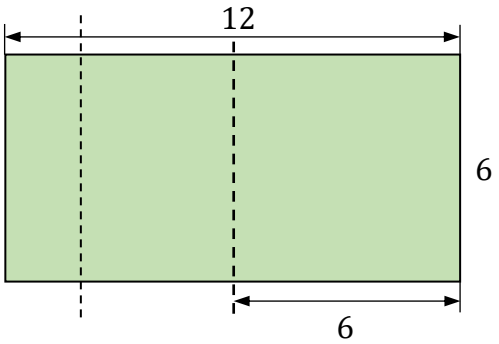
$$12 = 6x$$

$$x = 2$$

Відповідь: Прямокутник з меншим периметром має розміри 6 і 2.

Другий спосіб

Ділимо прямокутник на 2 квадрати периметром 24.



Сума периметрів квадратів дорівнює 48. Зауважмо, якщо перемістити лінію розподілу, то сума периметрів утворених фігур не зміниться.

Сумарний периметр усіх прямокутників дорівнює 48, відношення цих периметрів дорівнює 2 : 1.

Отож, периметр меншого прямокутника рівний $48:3=16$

Якщо одна сторона цього прямокутника дорівнює 6, то друга сторона має довжину $\frac{16}{2}-6=2$

Відповідь: Прямокутник з меншим периметром має розміри 6 і 2.

Третій спосіб

Ділимо прямокутник на 2 квадрати периметром 24.

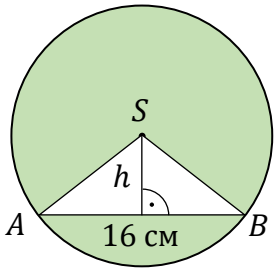
Переміщуємо лінію розподілу і отримуємо два прямокутники. У кожному з них довжина однієї сторони змінюється, а довжина другої дорівнює 6. Перевіряємо, якою буде частка периметрів утворених прямокутників.

більший прямокутник		менший прямокутник		частка периметру більшого прямокутника до периметру меншого
довжина однієї сторони	периметр	довжина однієї сторони	периметр	
8	28	4	20	$\frac{28}{20}<2$
9	30	3	18	$\frac{30}{18}<2$
10	**32**	**2**	**16**	$\frac{32}{16}=2$
11	34	1	14	$\frac{34}{14}>2$

Відповідь: Прямокутник з меншим периметром має розміри 6 і 2.

Завдання 37. (0–3)

На колі з центром *S* і радіусом $r = 10$ см позначено точки *A* і *B* так, що відрізок *AB* має довжину 16 см. Потім накреслено відрізки AS і BS (див. рисунок).



Обчисли площу замальованої фігури. У розрахунках прийняти, що π ≈ 3,14. Запиши свої обчислення.

Загальні вимоги

IV. Міркування та аргументація.

3. Застосування стратегії, що випливає зі змісту завдання, створення стратегії розв'язання задачі, також у багатоетапних розв'язках і в тих, що вимагають вміння поєднувати знання з різних галузей математики.

Детальні вимоги

КЛАСИ IV-VI

XI. Обчислення в геометрії. Учень:

3) обчислює площі: трикутника, квадрата, прямокутника, ромба, паралелограма, трапеції, зображених на рисунку та в практичних ситуаціях, зокрема для даних, що потребують переведення одиниць вимірювання.

КЛАСИ VII та VIII

XIV. Довжина кола і площа круга. Учень:

3) обчислює площу круга за заданим радіусом або діаметром.

Правила оцінювання

3 бали – повний розв'язок: правильний спосіб обчислення площі замальованої фігури, правильні обчислення та правильний числовий результат, що відповідає використаній одиниці (≈ 266 см^2).

2 бали – правильне обчислення висоти трикутника ABS від вершини S, тобто за допомогою теореми Піфагора і правильне обчислення площі трикутника ABS з основою 16 см.

АБО

правильний спосіб обчислення висоти трикутника ABS від вершини S, тобто використання теореми Піфагора і правильний спосіб обчислення площі кола з радіусом 10 см,

АБО

правильний спосіб обчислення довжини висоти трикутника ABS від вершини S, тобто використання теореми Піфагора та правильний спосіб обчислення площі замальованої фігури як різниці між площею круга з радіусом 10 і площею трикутника ABS з основою 16 cm

1 бал – правильний спосіб обчислення висоти трикутника ABS
АБО
запис, що площа замальованої фігури дорівнює різниці площі круга з радіусом 10 см і площі трикутника ABS з основою 16 см

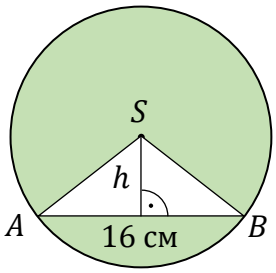
0 балів – неправильна відповідь або немає відповіді.

Зразки повних відповідей

І спосіб

Для обчислення висоти трикутника ABS скористаємося теоремою Піфагора:

$8^2 + h^2 = 10^2$
$h^2 = 100 - 64 = 36$
$h = 6$ (см)



Обчислимо площу трикутника ABS:

$$P_{\Delta\, ABS} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48\ (\text{см}^2)$$

Приблизно обчислимо площу круга з радіусом $r = 10$ см:

$P_{\text{круга}} = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 100 \cdot 3{,}14 \approx 314\ (\text{см}^2)$

Обчислимо площу замальованої фігури:

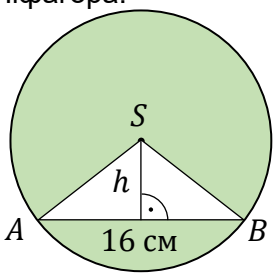
$P = P_{\text{круга}} - P_{\Delta\, ABS} \approx 314 - 48 \approx 266\ (\text{см}^2)$

Відповідь: Площа замальованої фігури дорівнює приблизно 266 см^2.

ІІ спосіб

Для обчислення висоти трикутника ABS скористаємося теоремою Піфагора:

$8^2 + h^2 = 10^2$
$h^2 = 100 - 64 = 36$
$h = 6$ (см)



Обчислимо площу замальованої фігури:

$$P = P_{кола} - P_{\Delta\, ABS} = \pi \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 \approx 314 - 48 \approx 266\ (\text{см}^2)$$

Відповідь: площа замальованої фігури дорівнює приблизно 266 см^2.