Інформатор
про **еґзамін осмоклясисты** з **математикы**

од шкільного рока 2024/2025

Центральна Еґзамінацийна Комісия
Варшава 2025

Редакцийный ансамбль:

Моніка Новак (ЦЕК)
Едита Важеха
Рената Свірко (ОЕК в Ґданьску)
Івона Луба (ОЕК в Ломжы)
Сабіна Павловска
проф. др габ. Збіґнєв Семадені
Аґнєшка Суловска
Юзеф Данєль
др Марцін Смолік (ЦЕК)

Рецензенты:

проф. др габ. Збіґнєв Марціняк
др габ. Мацєй Бородзік
др Анна Відур
др Томаш Карпович (языкова рецензия)

Інформатор опрацуваный Центральном Еґзамінацийном Комісийом при спілпрацы з округовыма еґзамінацийныма комісиями.

Centralna Komisja Egzaminacyjna
ul. Józefa Lewartowskiego 6, 00-190 Warszawa
tel. 22 536 65 00
sekretariat@cke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Gdańsku
ul. Na Stoku 49, 80-874 Gdańsk
tel. 58 320 55 90
komisja@oke.gda.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Jaworznie
ul. Adama Mickiewicza 4, 43-600 Jaworzno
tel. 32 784 16 00
sekretariat@oke.jaworzno.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Krakowie
os. Szkolne 37, 31-978 Kraków
tel. 12 683 21 01
oke@oke.krakow.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łomży
al. Legionów 9, 18-400 Łomża
tel. 86 473 71 20
sekretariat@oke.lomza.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Łodzi
ul. Ksawerego Praussa 4, 94-203 Łódź
tel. 42 664 80 50
sekretariat@lodz.oke.gov.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Poznaniu
ul. Gronowa 22, 61-655 Poznań
tel. 61 854 01 60
sekretariat@oke.poznan.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna w Warszawie
ul. Józefa Bema 87, 01-233 Warszawa
tel. 22 457 03 35
info@oke.waw.pl

Okręgowa Komisja Egzaminacyjna we Wrocławiu
ul. Tadeusza Zielińskiego 57, 53-533 Wrocław
tel. 71 785 18 94
sekretariat@oke.wroc.pl

Зміст

1. Опис еґзаміну осмоклясисты з математикы **5**
Вступ **5**
Задачы на еґзаміні **5**
Опис еґзамінацийного аркуша **6**
Принципы оцінюваня **6**

2. Прикладовы задачы з розвязанями **9**

1. Опис еґзаміну осмоклясисты з математикы

Вступ

Математика то єден з обовязковых еґзамінацийных предметів на еґзаміні осмоклясисты і на матуральным еґзаміні.

Еґзамін осмоклясисты з математикы провірят, в якій мірі ученик VIII клясы основной школы сполнят вымаганя окреслены в проґрамовій основі загального вчыня[1].

Інформатор представлят прикладовы еґзамінацийны задачы разом з розвязанями та вказує одкликаня задач до вымагань проґрамовой основы. Задачы в *Інформаторі* не вычерпують вшыткых типів задач, якы можут ся явити в еґзамінацийным аркушы. Не ілюструют тіж вшыткых вымагань з математикы записаных в проґрамовій основі. Зато *Інформатор* не може быти єднином, аж і головном вказівком для плянуваня процесу вчыня в школі. Лем реализация вшыткых вымагань з проґрамовой основы, так загальных, як і детальных, може дати ученикам всесторонну математичну освіту, в тым і правильне іх прирыхтуваня до еґзаміну осмоклясисты.

Задачы на еґзаміні

В еґзамінацийным аркушы находят ся так заперты, як і отворены задачы. Заперты задачы то такы, в якых ученик выберат одповід споcеред поданых. Серед запертых задач сут м.ін. задачы вельократного выбору, задачы типу правда-неправда та задачы, в якых ся доберат.

Отворены задачы то такы, в якых ученик самодільні творит одповід. Представлене учеником розвязаня задачы мусит вказувати на процес розумуваня, мати необхідны рахункы, модифікациі ци высновкы.

Серед отвореных задач сут так такы, якы буде мож розвязати типовым способом, як і такы, при якых треба буде хоснувати нестандардовы методы розвязаня. Ученик буде мусіл, хоснуючы відомости і знаня, што мат, выдумати і зреализувати свій плян розвязаня задачы, якій дозволит му зробити задачу, або одповісти на звіданя дане в задачы. В некотрых задачах вымагане буде представити обґрунтуваня вказаных залежности.

Еґзамінацийны задачы будут провіряти рівень присвоіня знань описаных в слідуючых загальных вымаганях проґрамовой основы загального вчыня:

- справніст рахуваня
- схоснуваня і творіня інформаций
- схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций
- розумуваня і обґрунтуваня.

[1] Розпоряджыня Міністра Едукациі з дня 28. червця 2024 р. зміняюче розпоряджыня в справі проґрамовой основы предшкільного выхованя і проґрамовой основы загального вчыня для основной школы, в тым для учеників з інтелектуальном неполносправністю в невеликій або великій ступени, загального вчыня для бранжовой школы I ступени, загального вчыня для специяльной школы привчаючой до роботы і загального вчыня для поліцейной школы (Д.У. з 2024 р. поз. 996).

Опис еґзамінацийного аркуша

Еґзамін осмоклясисты з математикы тырват 125 минут[2]. В еґзамінацийным аркушы буде од 20 до 21 задач. Чысло задач і чысло пунктів можливых до придбаня за поєдны типы задач представлено в табели ниже.

Тип задач	Чысло задач	Чысло пунктів разом	Участ в сумарным результаті
заперты	14–15	14–15	прибл. 50%
отворены	5–6	15–16	прибл. 50%
РАЗОМ	20–21	30	100%

В еґзамінацийным аркушы як першы поміщены будут заперты задачы, а по них – отворены задачы.

Принципы оцінюваня

Заперты задачы

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна одповід (або неполна) або брак одповіди.

Отворены задачы

За правильне розвязаня отвореной задачы буде мож отримати, в залежности од єй складности, максимальні 2 або 3 пункты. За кажде правильне розвязаня признає ся максимальне чысло пунктів, аж і як представленый спосіб розвязаня не был взятый до увагы в принципах оцінюваня.

Оціна розвязаня отвореной задачы залежыт од того, як далеко ученик дішол в дорозі до полного розвязаня. Ниже представлены сут прикладовы принципы пунктуваня розвязань отвореных задач.

[2] Час тырваня еґзаміну може быти долшый в припадку учеників, котрым признано такє достосуваня вымогів проведіня еґзаміну, згідно з *Комунікатом директора Центральной Еґзамінацийной Комісиі в справі детальных способів достосуваня вымогів і форм ведіня еґзаміну осмоклясисты* в даным шкільным році.

Принципы пунктуваня розвязаня задачы, за яку мож отримати максимальні 3 пункты:

3 пкт – полне розвязаня.
2 пкт – розвязаня, в якым поборены были основны трудности задачы, але розвязаня не было продолжане або было продолжане неправильном методом.
1 пкт – розвязаня, в якым зроблено істотный поступ, але не были поборены основны трудности задачы.
0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Принципы пунктуваня розвязаня задачы, за яку мож отримати максимальні 2 пункты:

2 пкт – полне розвязаня.
1 пкт – розвязаня, в якым зроблено істотный поступ.
0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

2. Прикладовы задачы з розвязанями

В *Інформаторі* для каждой задачы подано:

- чысло пунктів можливых до придбаня за його розвязаня (по номері задачы)
- найважнійшы загальны і детальны вымаганя, якы провіряны сут в тій задачы
- принципы оцінюваня розвязань задач
- правильне розвязаня каждой запертой задачы та прикладове розвязаня каждой отвореной задачы.

Задача 1. (0–1)

Катерина взріла, же зыґар на стіні в хыжы в бабы протягом каждой годины спізнят ся о черговы 4 минуты. Коли правильні діючый зыґар Катерины вказувал 9:00 годину, дівча наставило на зыґарі на стіні тоту же годину. Катерина приняла, же в каждій черговій чверти опізніня є єднакє.

Котру годину вкаже – згідні з заложынями Катерины – зыґар на стіні по 2 годинах і 3 чвертях од 9:00 годины, кєд буде ся тримала спостережена тенденция опізняня? Выбер правильну одповід споcеред поданых.

А. 11:34 **Б.** 11:37 **В.** 11:41 **Г.** 11:56

Загальны вымаганя

I. Справніст рахуваня.
1. Робліня нескомпликуваных рахунків в памяти або писемні та схоснуваня тых знань в практичных ситуациях.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XII. Практичны рахункы. Ученик:
3) робит просты зыґарьовы рахункы на годинах, минутах і секундах.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

A

Задача 2. (0–1)

Марта записала в римскій системі штырі чысла: CLXX, CXC, CCLXX та CCL.

Котре з них находит ся на чысловій оси найближе чысла 200? Выбер правильну одповід споcеред поданых.

А. CLXX **Б.** CXC **В.** CCLXX **Г.** CCL

Загальны вымаганя

I. Справніст рахуваня.
1. Робліня нескомпликуваных рахунків в памяти або писемні та схоснуваня тых знань в практичных ситуациях.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
I. Натуральны чысла в десятковій позицийній системі. Ученик:
5) чысла до 3000 записаны в римскій системі представлят в десятковій системі, а записаны в десятковій системі представлят в римскій системі.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

Б

Задача 3. (0–1)

До трьох єднакых помістників вляно тілько воды, же в першым помістнику вода занимала $\frac{2}{3}$ вмістности, в другым: $\frac{3}{4}$ вмістности, а в третім: $\frac{5}{7}$ вмістности даного помістника.

Оцін, ци ниже поданы речыня сут правдивы. Выбер П, кєд речыня є правдиве, або Н – кєд є неправдиве.

В другым помістнику было меньше воды як в третім помістнику.	**П**	**Н**
В першым і другым помістнику разом было тілько же воды, што в третім помістнику.	**П**	**Н**

Загальны вымаганя

I. Справніст рахуваня.
1. Робліня нескомпликуваных рахунків в памяти або писемні та схоснуваня тых знань в практичных ситуациях.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
IV. Звычайны і десятковы дробы. Ученик:
12) знат порівнувати (звычайны і десятковы) дробы.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

НН

Задача 4. (0–1)

В каждій з двох торбочок находят ся 32 цукєркы: 17 помаранчовых, 10 ябковых і 5 трускавковых.

Дополний ниже поданы речыня. Выбер одповід споcеред означеных буквами А і Б та одповід споcеред означеных буквами В і Г.

До першой торбочкы треба доложыти | **А** | **Б** | трускавковы цукєркы, жебы вшыткых находячых ся в ній трускавковых цукєрків было 25% чысла вшыткых цукєрків в тій торбочці.

А. 3 **Б.** 4

Чысло помаранчовых цукєрків, якы треба выняти з другой торбочкы, жебы серед лишеных в ній цукєрків было 40% помаранчовых, є | **В** | **Г** | .

В. меньше як 5 **Г.** більше як 5

Загальны вымаганя

III. Схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций.
2. Добераня математичного моделю до простой ситуациі та будуваня го в ріжных контекстах, тіж в практичным контексті.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
V. Процентовы обрахуваня. Ученик:
5) хоснує процентовы обрахуваня, жебы розвязати проблемы в практичным контексті, тіж в припадках, кєд двократно збільшат ся і зменьшат дана велькіст.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди

Розвязаня

БГ

Задача 5. (0–1)

За 30 даґ пістацийовых оріхів заплачено 15,75 зл.

Оцін, ци поданы ниже речыня сут правдивы. Выбер П, кєд речыня є правдиве, або Н – кєд є неправдиве.

За 40 даґ тых оріхів треба заплатити 21 зл.	**П**	**Н**
Ціна 1 кґ тых оріхів то 52,50 зл.	**П**	**Н**

Загальны вымаганя

I. Справніст рахуваня.
1. Робліня нескомпликуваных рахунків в памяти або писемні та схоснуваня тых знань в практичных ситуациях.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
VII. Проста пропорцийональніст. Ученик:
2) вызначат вартіст приниману през велькіст просто пропорцийональну в припадку конкретной пропорцийональной залежности, напр. вартіст купленого товару в залежности од чысла штук товару.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

ПП

Задача 6. (0–1)

Дополний поданы ниже речыня. Выбер одповід споcеред означеных буквами А і Б та одповід споcеред означеных буквами В і Г.

Вартіст выражыня $2^3 \cdot 3^2$ є рівна | **А** | **Б** |.

А. 36 **Б.** 72

Вартіст выражыня $5^3 - 5^2$ є рівна | **В** | **Г** |.

В. 5 **Г.** 100

Загальны вымаганя

I. Справніст рахуваня.
1. Робліня нескомпликуваных рахунків в памяти або писемні та схоснуваня тых знань в практичных ситуациях.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
II. Діяня на натуральных чыслах. Ученик:
8) обраховує квадраты і кубы натуральных чысел;
9) хоснує правила, што тыкают порядку робліня діянь.

Принципы оцінюваня

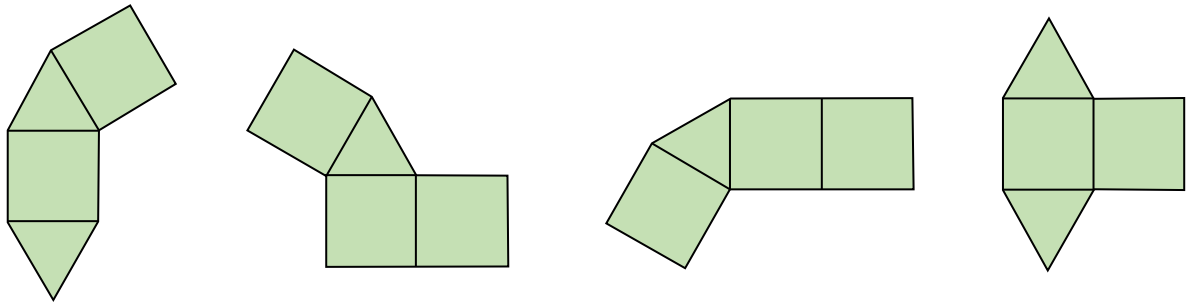
1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

БГ

Задача 7. (0–1)

Войтек нарисував штырі фіґуры (I–IV), в склад якых входят квадраты і рівнобічны трикутникы (так, як вказано на рисунку ниже). Жебы отримати з них сіткы призмы, хоче дорисувати до каждой фіґуры єден квадрат або єден трикутник.



I II III IV

З якой фіґуры <u>не даст ся</u> в тот спосіб отримати сіткы призмы? Выбер правильну одповід споcеред поданых.

А. I **Б.** II **В.** III **Г.** IV

Загальны вымаганя

III. Схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций.
1. Хоснуваня простых, добрі знаных математичных обєктів, інтерпретуваня математичных понять і оперуваня математичныма обєктами.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
X. Ґеометричны тіла. Ученик:
3) розпознає сіткы простых призм і пірамід.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

B

Задача 8. (0–1)

Мечеме раз симетричном кубиновом кістком до гры.

Яка є правдоподібніст, же выпаде чысло очок більше як 2, але меньше як 6? Выбер правильну одповід споcеред поданых.

А. $\frac{1}{3}$ **Б.** $\frac{1}{2}$ **В.** $\frac{2}{3}$ **Г.** $\frac{5}{6}$

Загальны вымаганя

III. Схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций.
2. Добераня математичного моделю до простой ситуациі та будуваня го в ріжных контекстах, тіж в практичным контексті.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
XII. Введіня до комбінаторикы і теориі правдоподібности. Ученик:
2) веде просты припадковы досліджыня, в якых мече ся монетом, мече ся кубиновом кістком до гры, мече ся многогранниковом кістком або выберат ся кулю споcеред зоставу куль, анализує іх і рахує правдоподібніст подій в припадковых досліджынях.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

Б

Задача 9. (0–1)

Дане є выражыня $\frac{2^7 \cdot 2^7}{2^7 + 2^7}$.

Ци вартіст того выражыня є чыслом подільным през 8? Выбер одповід Т або Н і єй обґрунтуваня сосеред А, Б або В.

А.	Так,	прото же	**1.**	каждый з показників є непарным чыслом.
			2.	показник ступеня 2^6 не ділит ся през 8.
Б.	Ні,		**3.**	вартіст того выражыня мож записати як $8 \cdot 2^3$.

Загальны вымаганя

IV. Розумуваня і обґрунтуваня.
1. Ведіня простого розумуваня, подаваня обґрунтуваня поясняючого правильніст розумуваня, розріжняня доказу од приміру.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
I. Ступені з рацийнальныма основами. Ученик:
2) множыт і ділит ступені з цілыма додатніма показниками.

Принципы оцінюваня

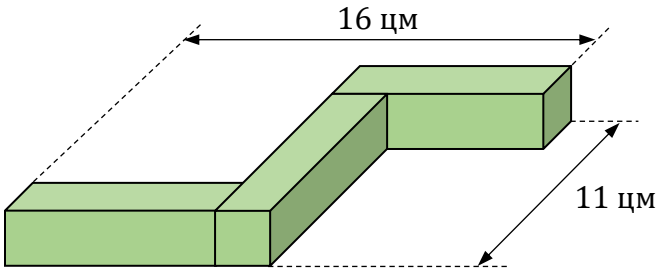
1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

A3

Задача 10. (0–1)

Вітек мат три єднакы простопадостінны кльоцкы. В каждым з тых кльоцків дві стіны сут квадратами, а штырі – простокутниками. З тых кльоцків побудувал фіґуру вказану на рисунку.



Оцін, ци поданы речыня сут правдивы. Выбер П, кєд речыня є правдиве, або Н – кєд є неправдиве.

Долшы ребра простопадостінного кльоцка мают по 8 цм.	**П**	**Н**
Обємніст єдного кльоцка то 72 цм^3.	**П**	**Н**

Загальны вымаганя

II. Схоснуваня і творіня інформаций.
1. Одчытуваня і інтерпретация даных представленых в ріжній формі та іх перетворюваня.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XI. Обрахуваня в ґеометриі. Ученик:
6) рахує обємніст і обшыр поверхні простопадостіну при даных долгостях ребер.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

ПП

Задача 11. (0–1)

Напиток отримано по розрідніню 450 мл соку з водом в пропорциі 1 : 10.

Кілько напитку отримано? Выбер правильну одповід споcеред поданых.

А. Веце як 4 літры, але меньше як 4,5 літра.
Б. Як раз 4,5 літра.
В. Веце як 4,5 літра, але меньше як 5 літрів.
Г. Як раз 5 літрів.
Ґ. Веце як 5 літрів.

Загальны вымаганя

III. Схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций.
1. Хоснуваня простых, добрі знаных математичных обєктів, інтерпретуваня математичных понять і оперуваня математичныма обєктами.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
VII. Проста пропорцийональніст. Ученик:
2) вызначат вартіст приниману през велькіст просто пропорцийональну в припадку конкретной пропорцийональной залежности, напр. вартіст купленого товару в залежности од чысла штук товару.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

B

Задача 12. (0–1)

Даны сут три выражыня:

$$F = x - (2x + 5) \qquad G = 6 - (-3x + 2) \qquad H = 5 - (2x + 4)$$

Докінч речыня. Выбер правильну одповід сосеред поданых.

Для каждой вартости x правдива є рівніст

А. $F + G = H$
Б. $F + H = G$
В. $G + H = F$
Г. $F + G + H = 0$

Загальны вымаганя

III. Схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций.
1. Хоснуваня простых, добрі знаных математичных обєктів, інтерпретуваня математичных понять і оперуваня математичныма обєктами.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
IV. Перетворюваня альґебраічных выражынь. Альґебраічны сумы і діяня на них.
Ученик:
2) додає і однимат альґебраічны сумы, редукуючы при тым подібны выразы.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

Г

Задача 13. (0–1)

Записано суму шістнадцетьох єднакых елементів:

$$\underbrace{2+2+2+\ldots+2}_{\text{16 елементів}}$$

Докінч речыня. Выбер правильну одповід споcеред поданых.

Вартіст той сумы є рівна

А. 2^4 **Б.** 2^5 **В.** 2^8 **Г.** 2^{16}

Загальны вымаганя

II. Схоснуваня і твореня інформаций.
1. Одчытуваня і інтерпретация даных представленых в ріжній формі та іх перетворюваня.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
I. Ступені з рацийнальныма основами. Ученик:
1) записує результат множыня єднакых множників як ступін з цілым додатнім показником.

Принципы оцінюваня

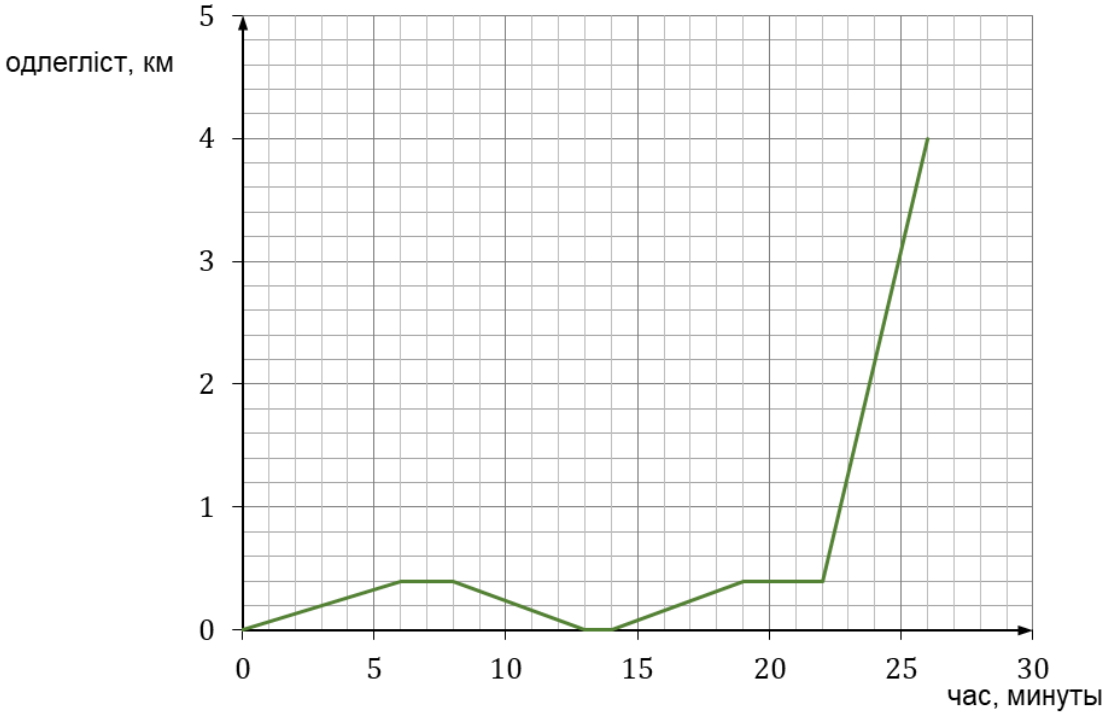
1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

Б

Інформациі до задач 14. і 15.

Матфій мешкат 4 км од школы. Част дорогы до школы іде піше – до автобусовой затриманкы. Там жде на автобус, а пак всідат до него і іхат до школы. Єдного дня, коли был уж на затриманці, спостерюг, же забыл забрати зошыт, зато вернул по него дохыж. Ґрафіка представлят, як того дня зміняла ся одлегліст Матфія од хыжы в залежности од часу.



Задача 14. (0–1)

Докінч речыня. Выбер правильну одповід споcеред поданых.

Од хвилі, коли Матфій вернул з затриманкы дохыж, до хвилі, коли дішол зас на затриманку, минуло

А. 11 минут. **Б.** 13 минут. **В.** 14 минут. **Ґ.** 16 минут.

Загальны вымаганя

II. Схоснуваня і творіня інформаций.
1. Одчытуваня і інтерпретация даных представленых в ріжній формі та іх перетворюваня.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
XIII. Одчытуваня даных і елементы описовой статистикы. Ученик:
1) інтерпретує даны представлены при помочы табель, столповых і круговых діаґрамів, ґрафік, в тым і ґрафік в спілрядній системі.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

A

Задача 15. (0–1)

Оцін, ци поданы речыня сут правдивы. Выбер П, кєд речыня є правдиве, або Н – кєд є неправдиве.

Хыжа Матфія находит ся 400 м од автобусовой затриманкы.	**П**	**Н**
Автобус переіхал дорогу медже затриманками зо скорістю $54\ \frac{\text{км}}{\text{год.}}$.	**П**	**Н**

Загальны вымаганя

II. Схоснуваня і творіня інформаций.
1. Одчытуваня і інтерпретация даных представленых в ріжній формі та іх перетворюваня.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XII. Практичны рахункы. Ученик:
9) в практичній ситуациі рахує: дорогу при даній скорости і часі, скоріст при даній дорозі і часі, час при даній дорозі і скорости та хоснує єдиниці скорости км/год. і м/с.
КЛЯСЫ VII і VIII
XIII. Одчытуваня даных і елементы описовой статистикы. Ученик:
1) інтерпретує даны представлены при помочы табель, столповых і круговых діаґрамів, ґрафік, в тым і ґрафік в спілрядній системі.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

ПП

Задача 16. (0–1)

Даны сут штырі чысла: $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}$, $-\sqrt{10}$, $-\sqrt{18}$. Сума трьох споседер них то 0.

Котре чысло треба вышмарити, жебы сума трьох інчых чысел рівна была 0? Выбер правильну одповід споседер поданых.

А. $\sqrt{2}$ **Б.** $\sqrt{8}$ **В.** $-\sqrt{10}$ **Г.** $-\sqrt{18}$

Загальны вымаганя

I. Справніст рахуваня.
1. Робліня нескомпликуваных рахунків в памяти або писемні та схоснуваня тых знань в практичных ситуациях.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
II. Корені. Ученик:
2) рахує велькіст даного квадратного або кубового кореня та аритметичного выражыня, якє мат корені.

Принципы оцінюваня

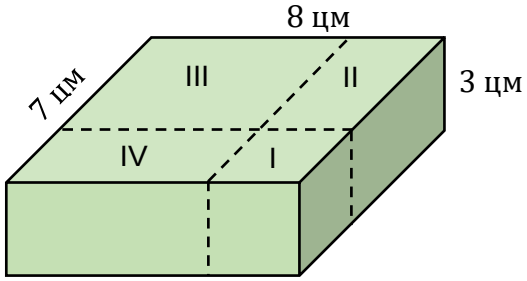
1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

B

Задача 17. (0–1)

На рисунку представлено простопадостінный кльоцок, якій мат выміры 8 цм, 7 цм і 3 цм та спосіб, в якій порізано го на штырі части: кубин (I) і три простопадостіны (II, III, IV).



Докінч речыня. Выбер правильну одповід споseред поданых.

Обємніст простопадостіну II є рівна

А. 27 цм^3 **Б.** 36 цм^3 **В.** 45 цм^3 **Г.** 60 цм^3

Загальны вымаганя

IV. Розумуваня і обґрунтуваня.
3. Хоснуваня стратеґії выходячой зо змісту задачы, творіня стратеґії розвязаня проблему, тіж в вельоетаповых розвязанях та в такых, якы вымагают знаня єднати відомости і знань з ріжных ділів математикы.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XI. Обрахуваня в ґеометриі. Ученик:
5) рахує обємніст і обшыр поверхні простопадостіну при даных долгостях ребер.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

Б

Задача 18. (0–1)

На представліня доступны были нормальны білеты в єднакій ціні та білеты зо знижком, з яких каждый коштувал о 50% меньше як нормальный. Пані Анна за 3 нормальны білеты і 2 білеты зо знижком заплатила 120 злотых. На тото же представліня пан Яцек купил 2 нормальны білеты і 3 зо знижком, а пан Марек купил 2 нормальны білеты і 1 зо знижком.

Дополний поданы ниже речыня. Выбер одповід споседред означеных буквами А і Б та одповід споседред означеных буквами В і Г.

Пан Яцек заплатил за білеты | **А** | **Б** |.

А. 120 зл **Б.** 105 зл

Пані Анна заплатила за білеты | **В** | **Г** | веце як пан Марек.

В. 45 зл **Г.** 30 зл

Загальны вымаганя

III. Схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций.
2. Добераня математичного моделю до простой ситуациі та будуваня го в ріжных контекстах, тіж в практичным контексті.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
VI. Рівнаня з єдном гляданом. Ученик:
4) розвязує текстовы задачы при помочы рівнань першой ступени з єдном гляданом, в тым тіж з процентовыма обрахуванями.

Принципы оцінюваня

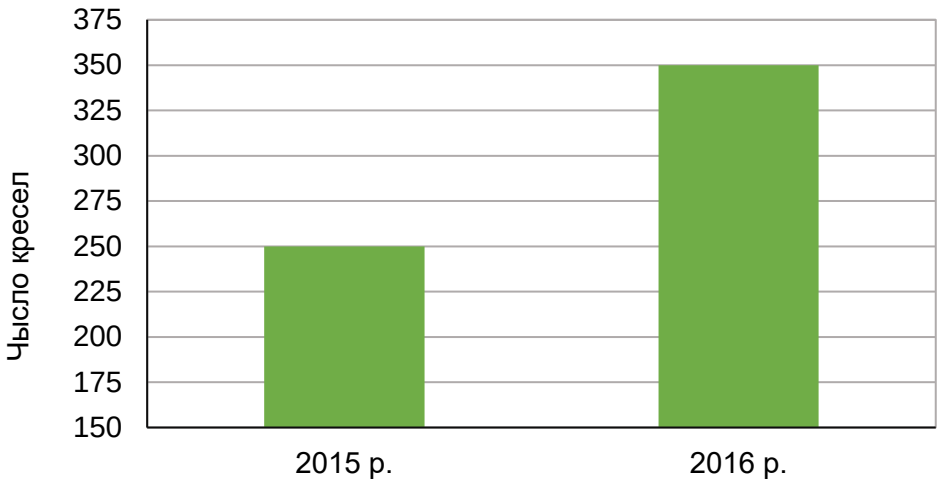
1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

БВ

Задача 19. (0–1)

На діаґрамі представлено велькіст продукциі кресел в компаніі *Mebelix* в 2015 р. і 2016 р.



Ци чысло выпродукуваных кресел в 2016 році было о 100% більше од чысла выпродукуваных кресел в 2015? Выбер одповід Т або Н і єй обґрунтуваня сосеред А, Б або В.

Т	Так,	прото же	**А.**	другій столп на ґрафіці є двараз высшый од першого.
Н	Ні,		**Б.**	чысло кресел выпродукуваных в 2016 році є 40% векше як чысло кресел выпродукуваных в 2015 році.
			В.	в 2016 році выпродукувано 100 кресел веце як в 2015 році.

Загальны вымаганя

IV. Розумуваня і обґрунтуваня.
1. Ведіня простого розумуваня, подаваня обґрунтуваня поясняючого правильніст розумуваня, розріжняня доказу од приміру.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
V. Процентовы обрахуваня. Ученик:
5) хоснує процентовы обрахуваня, жебы розвязати проблемы в практичным контексті, тіж в припадках, кєд двократно збільшат ся і зменьшат дана велькіст.
XIII. Одчытуваня даных і елементы описовой статистикы. Ученик:
1) інтерпретує даны представлены при помочы табель, столповых і круговых діаґрамів, ґрафік, в тым і ґрафік в спілрядній системі.

Принципы оцінюваня

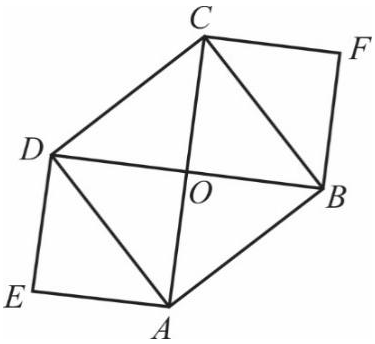
1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

НБ

Задача 20. (0–1)

На рисунку представлено квадраты *ABCD*, *EAOD* і *BFCO*. Пункт *O* є пунктом, де перетинают ся діаґоналі квадрату *ABCD*.



Оцін, ци поданы речыня сут правдивы. Выбер П, кєд речыня є правдиве, або Н – кєд є неправдиве.

Обшыр квадрату *ABCD* є рівна сумі обшыри квадратів *EAOD* і *BFCO.*	**П**	**Н**
Обстай квадрату *ABCD* є рівный сумі долгости вшыткых діаґоналів квадратів *EAOD* і *BFCO*.	**П**	**Н**

Загальны вымаганя

II. Схоснуваня і твориня інформаций.
1. Одчытуваня і інтерпретация даных представленых в ріжній формі та іх перетворюваня.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
IX. Многокутникы, колеса і округы. Ученик:
5) знат найважнійшы властивости квадрату, простокутника, ромбу, паралелоґраму і трапеза, розпознає осьовосиметричны фіґуры і вказує оси симетриі фіґур.

Принципы оцінюваня

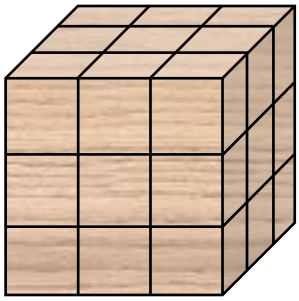
1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

ПП

Задача 21. (0–1)

Деревяну кубинову кістку з ребром долгости 30 цм порізано на 27 єднакых меньшых кубиновых кісток. З осмох такых малых кісток зрыхтувано новый кубин.



Оцін, ци поданы речыня сут правдивы. Выбер П, кєд речыня є правдиве, або Н – кєд є неправдиве.

Обшыр поверхні нового кубину є рівна 4800 цм^2.	**П**	**Н**
Обємніст нового кубину є рівна 8000 цм^3.	**П**	**Н**

Загальны вымаганя

II. Схоснуваня і творіня інформаций.
1. Одчытуваня і інтерпретация даных представленых в ріжній формі та іх перетворюваня.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XI. Обрахуваня в ґеометриі. Ученик:
6) рахує обємніст і обшыр поверхні простопадостіну при даных долгостях ребер.

Принципы оцінюваня

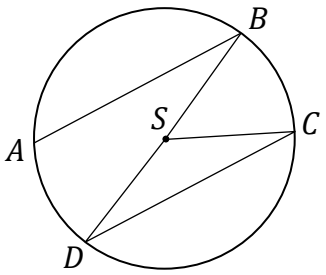
1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

НП

Задача 22. (0–1)

На округу з середком в пункті *S* зазначено пункты *A*, *B*, *C*, *D*, а дальше нарисувано одтинкы *AB*, *BD*, *DC* і *CS* (смотр рисунок).



Дополний ниже поданы речыня. Выбер одповід споседред означеных буквами А і Б і одповід споседред означеных буквами В і Г.

Трикутник *DCS* | **А** | **Б** | рівнораменный.

А. єст

Б. не єст

Долгіст одтинка *DB* єст рівна | **В** | **Г** | .

В. сумі долгости одтинків *DS* і *CS*

Г. долгости одтинка *AB*

Загальны вымаганя

III. Схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций.
1. Хоснуваня простых, добрі знаных математичных обєктів, інтерпретуваня математичных понять і оперуваня математичныма обєктами.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
IX. Многокутникы, колеса і округы. Ученик:
1) розпознає і называт острокутны, прямокутны, тупокутны, рівнобічны і рівнораменны трикутникы;
6) вказує на рисунку хорду, діаметр і радіус колеса і округу.

Принципы оцінюваня

1 пкт – правильна одповід.
0 пкт – неправильна або неполна одповід або брак одповіди.

Розвязаня

AB

Задача 23. (0–2)

Поясний, же першый ден вересня і першый ден грудня выпадают в тот сам ден тыжня.

Загальны вымаганя

IV. Розумуваня і обґрунтуваня.
2. Достеріганя реґулярности, подібности та аналоґії і творіня высновків на іх основі.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XII. Практичны обрахуваня. Ученик:
4) робит просты календарьовы обрахуваня на днях, тыжнях, місяцях, роках.

Принципы оцінюваня

2 пкт – полне розвязаня; сформулуваня правильного обґрунтуваня, же першый вересня і першый грудня єдного рока припадают того самого дня тыжня.
1 пкт – записаня, же од 1. вересня до 1. грудня минят 91 дни,
АБО
записаня, же 1. грудня припадат на тот же, выбраный ден тыжня, што 1. вересня.
0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

Першый спосіб

вересен	30 дни
жолтен	31 дни
листопад	30 дни
Разом:	91 дни

$$91 : 7 = 13$$

Од 1. вересня до 1. грудня минят рівно 13 тыжнів, зато 1. вересня выпадат в тот же ден тыжня, што 1. грудня.

Другій спосіб

Припустме, же 1. вересня припадат в понедільок, зато черговы понедількы то: 8., 15., 22. і 29. вересня, 6., 13., 20. і 27. жолтня, 3., 10., 17. і 24. листопада та 1. грудня.

Выходит, же 1. вересня і 1. грудня припадают в тот сам ден тыжня. Так само є, коли 1. вересня выпадат в віторок, в середу ітд. – все 1. грудня припадат в тот сам ден тыжня, што 1. вересня.

Задача 24. (0–3)

В табели подано выбраны інформациі на тему двох типів гарбат, якы пє родина Новаків.

Тип опакуваня	Вмістніст опакуваня	Ціна опакуваня	Кількіст гарбаты потрібна, жебы зварити горнятко напару
гарбата в торбочках	50 торбочок	8,50 зл	1 торбочка
сыпана гарбата	50 ґ	5,00 зл	2 ґ

Тота родина пє штоден середньо 12 горняток гарбаты і хоче купити можливо як найменьше чысло опакувань гарбаты єдного типу, жебы старчыло ій на 30 дни.

Порахуй кошт закупу сыпаной гарбаты та кошт закупу гарбаты в торбочках. Запиш обрахуваня.

Загальны вымаганя

III. Схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций.
2. Добераня математичного моделю до простой ситуациі та будуваня го в ріжных контекстах, тіж в практичным контексті.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XIV. Текстовы задачы. Ученик:
5) розвязуючы задачы поміщены в практичным контексті, хоснує присвоєны знаня з обшыри аритметикы і ґеометриі та присвоєны рахунковы знаня, а тіж свої правильны методы.

Принципы оцінюваня

3 пкт – полне розвязаня: правильный спосіб порахуваня кошту закупу обох типів гарбаты на 30 дни, правильны рахункы **та** правильный результат рахуваня (гарбата в торбочках: 68 зл, сыпана гарбата: 75 зл).
2 пкт – правильный спосіб рахуваня кошту закупу гарбаты в торбочках **та** сыпаной гарбаты на 30 дни,
АБО
обрахуваня кошту закупу гарбаты в торбочках на 30 дни (68 зл),
АБО
обрахуваня кошту закупу сыпаной гарбаты на 30 дни (75 зл).
1 пкт – правильный спосіб рахуваня чысла опакувань єдного типу гарбаты на 30 дни.
0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

Першый спосіб

Родина Новаків пє денно середньо 12 горняток гарбаты.
Жебы зварити горнятко напару, потреба єдну торбочку гарбаты.
Порахуєме, кілько торбочок гарбаты потреба на 30 дни:

1 ден — 12 торбочок
30 дни — 360 торбочок

В єдным опакуваню є 50 торбочок гарбаты.

Порахуєме, кілько опакувань гарбаты в торбочках треба купити:

360 : 50 = 7,2

Треба купити 8 опакувань гарбаты в торбочках.

Порахуєме кошт закупу 8 опакувань той гарбаты:

8 · 8,50 = 68 (зл)

Жебы зварити горнятко напару, треба 2 ґ сыпаной гарбаты.

Порахуєме, кілько ґрамів сыпаной гарбаты треба на 30 дни:

1 ден — 12 · 2 ґ = 24 ґ

30 дни — 30 · 24 ґ = 720 ґ

В єдным опакуваню є 50 ґ сыпаной гарбаты.

Порахуєме, кілько опакувань сыпаной гарбаты треба купити:

720 : 50 = 14 решта 20

Треба купити 15 опакувань сыпаной гарбаты.

Порахуєме кошт закупу 15 опакувань той гарбаты:

15 · 5 = 75 (зл)

Одповід: За гарбату в торбочках треба заплатити 68 зл, а за сыпану гарбату 75 зл.

Другій спосіб

Гарбата в торбочках:

12 торбочок старчыт на 1 ден

1 опакуваня то 50 торбочок – старчыт на 4 дни і лишают ся іщы 2 торбочкы

6 · 4 дни = 24 дни і 6 · 2 торбочкы = 12 торбочок (1 ден)

На 25 дни треба купити 6 опакувань.

На черговых 5 дни потреба іщы 2 опакуваня.

На 30 дни треба купити 8 опакувань.

8 · 8,50 = 68 (зл)

Сыпана гарбата:

1 ден — 12 · 2 ґ = 24 ґ

1 опакуваня містит 50 ґ, што старчыт на 2 дни і лишают ся 2 ґрамы

15 опакувань — 30 дни і іщы лишат ся 30 ґ

14 опакувань — 29 дни і 4 ґ

Бракує 20 ґ, треба же купити 15 опакувнь.

15 · 5 = 75 (зл)

Одповід: За гарбату в торбочках треба заплатити 68 зл, а за сыпану гарбату 75 зл.

Третій спосіб

Гарбата в торбочках:

1 ден — 12 торбочок

30 дни — 360 торбочок

360 : 50 = 7 решта 10

На 30 дни треба же купити 8 опакувань.

8 · 8,50 = 68 (зл)

Сыпана гарбата:

1 ден — 12 гарбат

30 дни — 360 гарбат

1 ден — 12 · 2 ґ = 24 ґ

50 ґ : 2 = 25 ґ — єдно опакуваня сыпаной гарбаты старчыт на 25 гарбат

360 : 25 = 14 решта 10

Треба купити 15 опакувань.

$15 \cdot 5 = 75$ (зл)

Одповід: За гарбату в торбочках треба заплатити 68 зл, а за сыпану гарбату 75 зл.

Четвертый спосіб

Гарбата в торбочках:

12 торбочок треба на 1 ден

$30 \cdot 12 = 360$ — чысло торбочок гарбаты потрібне на 30 дни

1 опакуваня містит 50 торбочок гарбаты

$7 \cdot 50 = 350$ торбочок гарбаты — за мало на 30 дни

$8 \cdot 50 = 400$ торбочок гарбаты — старчыт на 30 дни

Треба купити 8 опакувань той гарбаты.

$8 \cdot 8{,}50 = 68$ (зл)

Сыпана гарбата:

1 ден — $12 \cdot 2$ ґ $= 24$ ґ

$30 \cdot 24$ ґ $= 720$ ґ — чысло ґрамів гарбаты потрібне на 30 дни

$14 \cdot 50 = 700$ ґ — за мало на 30 дни

$15 \cdot 50 = 750$ ґ — старчыт на 30 дни

Треба купити 15 опакувань той гарбаты.

$15 \cdot 5 = 75$ (зл)

Одповід: За гарбату в торбочках треба заплатити 68 зл, а за сыпану гарбату 75 зл.

Пятый спосіб

Гарбата в торбочках:

$8{,}50 : 50 = 0{,}17$ зл/1 торбочку

$0{,}17 \cdot 30 \cdot 12 = 61{,}20$ (зл)

$61{,}20 : 8{,}50 = 7{,}2$

На 30 дни треба купити 8 опакувань.

$8 \cdot 8{,}50 = 68$ (зл)

Сыпана гарбата:

$5 : 50 = 0{,}10$ зл/1 ґ

$0{,}10 \cdot 30 \cdot 12 \cdot 2 = 72$ (зл)

$72 : 5 = 14{,}4$

На 30 дни треба купити 15 опакувань.

$15 \cdot 5 = 75$ (зл)

Одповід: За гарбату в торбочках треба заплатити 68 зл, а за сыпану гарбату 75 зл.

Шестый спосіб

Гарбата в торбочках:

На 1 ден потреба 12 торбочок, на 30 дни старчат 360 торбочок

$360 - 50 = 310$ — 1. опакуваня

$310 - 50 = 260$ — 2. опакуваня

$260 - 50 = 210$ — 3. опакуваня

$210 - 50 = 160$ — 4. опакуваня

$160 - 50 = 110$ — 5. опакуваня

$110 - 50 = 60$ — 6. опакуваня

$60 - 50 = 10$ — 7. опакуваня

10 — 8. опакуваня

8 · 8,50 = 68 (зл)

Сыпана гарбата:

На 1 ден треба 12 · 2 ґ = 24 ґ, на 30 дни: 30 · 24 ґ = 720 ґ

720 – 50 = 670 — 1. опакуваня
670 – 50 = 620 — 2. опакуваня
620 – 50 = 570 — 3. опакуваня
570 – 50 = 520 — 4. опакуваня
520 – 50 = 470 — 5. опакуваня
470 – 50 = 420 — 6. опакуваня
420 – 50 = 370 — 7. опакуваня
370 – 50 = 320 — 8. опакуваня
320 – 50 = 270 — 9. опакуваня
270 – 50 = 220 — 10. опакуваня
220 – 50 = 170 — 11. опакуваня
170 – 50 = 120 — 12. опакуваня
120 – 50 = 70 — 13. опакуваня
70 – 50 = 20 — 14. опакуваня
20 — 15. опакуваня

15 · 5 = 75 (зл)

Одповід: За гарбату в торбочках треба заплатити 68 зл, а за сыпану гарбату 75 зл.

Задача 25. (0–3)

В спілрядній системі на площыні даны сут пункты: *K* = (–2, 8) і *M* = (4, 6).

Порахуй спілрядны пункту *P* такого, же єден з трьох пунктів *P*, *K*, *M* є серединoм одтинка з кінцями в двох дальшых пунктах. Запиш вшыткы можливости.

Загальны вымаганя

IV. Розумуваня і обґрунтуваня.
3. Хоснуваня стратеґії выходячой зо змісту задачы, творіня стратеґії розвязаня проблему, тіж в вельоетаповых розвязанях та в такых, якы вымагают знаня єднати відомости і знань з ріжных ділів математикы.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
X. Чыслова ось. Спілрядна система на площыні. Ученик:
4) находит середину одтинка, кінці котрого мают спілрядны даны (цілы або рацийональны) та находит спілрядны другого кінця одтинка, коли даны сут єден конец і середина.

Принципы оцінюваня

3 пкт – полне розвязаня: перегляд вшыткых можливости положыня пункту *P*, правильне розвязаня **та** правильны рахунковы результаты (1, 7), (–8, 10), (10, 4).

2 пкт – перегляд **вшыткых** можливости положыня пункту *P* **та** правильный спосіб вызначыня вшыткых можливых спілрядных (x, y) того пункту,
АБО
перегляд **двох** можливости положыня пункту *P* **та** правильный спосіб вызначыня можливых спілрядных (x, y) того пункту **та** правильны рахунковы результаты (1, 7); (–8, 10) або (1, 7); (10, 4) або (–8, 10); (10, 4).

1 пкт – перегляд **єдной** з можливости положыня пункту *P* **та** правильный спосіб вызначыня спілрядных (x, y) того пункту.

0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладове полне розвязаня

Сут три можливости положыня пунктів *P*, *K* і *M*:

1. Пункт $P = (x, y)$ є серединoм одтинка *KM*.

$$x = \frac{-2 + 4}{2} \qquad y = \frac{8 + 6}{2}$$
$$x = 1 \qquad y = 7$$

$$P = (1, 7)$$

2. Пункт *K* є серединoм одтинка *PM*, де $P = (x, y)$.

$$\frac{x + 4}{2} = -2 \qquad \frac{y + 6}{2} = 8$$
$$x + 4 = -4 \qquad y + 6 = 16$$
$$x = -8 \qquad y = 10$$

$P = (-8, 10)$

3. Пункт *M* є середином одтинка *PK*, де $P = (x, y)$.

$$\frac{x-2}{2} = 4 \qquad \frac{y+8}{2} = 6$$
$$x - 2 = 8 \qquad y + 8 = 12$$
$$x = 10 \qquad y = 4$$

$P = (10, 4)$

Одповід: Пункт *P* може мати спілрядны $(1, 7)$, $(-8, 10)$ або $(10, 4)$.

Задача 26. (0–2)

В табели представлено ціны купна і продажы двох валют в канторі *Пік*.

	Купно	Продаж
1 дуляр	4,18 зл	4,25 зл
1 британскій фунт	5,10 зл	5,22 зл

Мартин хоче вымінити 400 британскых фунтів на дуляры. Але перше мусит вымінити фунты на злоты, а пак – отриманы злотівкы на дуляры.

Порахуй, кілько дулярів отримат Мартин, кєд вымінит валюту в канторі *Пік*? Запиш обрахуваня.

Загальны вымаганя

II. Схоснуваня і твореня інформаций.
1. Одчытуваня і інтерпретация даных представленых в ріжній формі та іх перетворюваня.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XIV. Текстовы задачы. Ученик:
5) розвязуючы задачы поміщены в практичным контексті, хоснує присвоєны знаня з обшыри аритметикы і ґеометриі та присвоєны рахунковы знаня, а тіж свої правильны методы.

Принципы оцінюваня

2 пкт – полне розвязаня: правильный спосіб рахуваня квоты (в дулярах), яку Мартин отримат в канторі *Пік*, правильны рахункы **та** правильный рахунковый результат (480).
1 пкт – правильный спосіб рахуваня квоты (в злотых), за яку кантор купил 400 британскых фунтів,
АБО
правильный спосіб рахуваня квоты (в дулярах), яку Мартин отримат за 1 британскій фунт.
0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

Першый спосіб

Порахуєме, кілько злотых отримат Мартин за 400 британскых фунтів:
$400 \cdot 5{,}10 = 2040$ (зл)
Порахуєме, кілько дулярів отримат Мартин за 2040 зл:
$2040 : 4{,}25 = 480$
Одповід: За 400 британскых фунтів Мартин отримат 480 дулярів.

Другій спосіб

Кантор купує од Мартина 1 британскій фунт за 5,10 зл, а продає му дуляры каждый по 4,25 зл.
Порахуєме, кілько дулярів отримат Мартин за єдного фунта:

5,10 : 4,25 = 1,20

За каждого фунта Мартин отримує 1,20 дуляра.

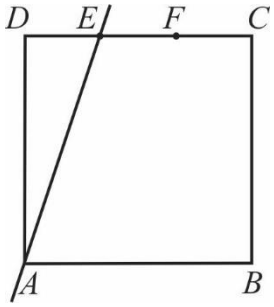
Порахуєме, кілько дулярів отримат Мартин за 400 фунтів:

400 · 1,20 = 480

Одповід: За 400 британскых фунтів Мартин отримат 480 дулярів.

Задача 27. (0–2)

Бік *CD* квадрату *ABCD* поділено пунктами *E* і *F* на три одтинкы рівной долгости. Верхом *A* квадрату і пунктом *E* поведено просту (смотр рисунок). Обшыр трикутника *AED* то 24 цм^2.



Порахуй обшыр квадрату *ABCD*. Запиш обрахуваня.

Загальны вымаганя

IV. Розумуваня і обґрунтуваня.
2. Достеріганя реґулярности, подібности та аналоґії і творіня высновків на іх основі.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XI. Обрахуваня в ґеометриі. Ученик:
3) обраховує обшыр: трикутника, квадрату, простокутника, ромбу, паралелоґраму, трапеза, представленых на рисунку та в практичных ситуациях, в тым і для даных, якы вымагают заміны єдиниц.

Принципы оцінюваня

2 пкт – полне розвязаня: правильный спосіб рахуваня обшыри квадрату *ABCD*, правильны рахункы **та** правильный рахунковый результат згідный зо схоснуваном єдиницьом (144 цм^2).
1 пкт – записаня, же обшыр квадрату є 6 разів векша як обшыр трикутника *AED*, *АБО*
записаня, же обшыр половины квадрату є 3 разы векша як обшыр трикутника *AED*,
АБО
порахуваня долгости єдной з припростокутных трикутника *AED*.
0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

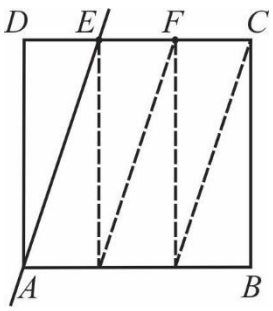
Прикладовы полны розвязаня

Першый спосіб

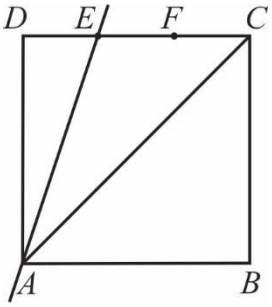
Возмеме до увагы, же квадрат *ABCD* мож поділити на 6 трикутників пристаючых до трикутника *AED*.
Порахуєме обшыр квадрату *ABCD*:

$$P = 6 \cdot 24 = 144\,(\text{цм}^2)$$

Одповід: Обшыр квадрату ABCD є рівна 144 цм^2.



Другій спосіб



Возмеме до увагы, же трикутник *AED* мат обшыр 3 разы меньшу од обшыри половины квадрату. Є адже 6 разів меньша од обшыри квадрату *ABCD*.

$$P = 6 \cdot 24 = 144 \text{ (цм}^2\text{)}$$

Одповід: Обшыр квадрату *ABCD* є рівна 144 цм^2.

Третій спосіб

Означыме долгіст бока *DE* трикутника як a. Товды бік *AD* трикутника мат долгіст $3a$. Запишеме і розвяжеме рівнаня, хоснуючы взір на обшыр трикутника:

$$24 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a$$

$$3a^2 = 48$$

$$a = 4$$

$$3a = 3 \cdot 4 = 12$$

$$P = 12^2 = 144 \text{ цм}^2$$

Одповід: Обшыр квадрату *ABCD* є рівна 144 цм^2.

Четвертый спосіб

Означыме долгіст бока *AD* трикутника як x. Товды бік *DE* трикутника мат долгіст $\frac{1}{3}x$. Запишеме і розвяжеме рівнаня, хоснуючы взір на обшыр трикутника:

$$24 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}x \cdot x$$

$$\frac{1}{6}x^2 = 24$$

$$x = 12$$

$$P = 12^2 = 144 \text{ (цм}^2\text{)}$$

Одповід: Обшыр квадрату *ABCD* є рівна 144 цм^2.

Задача 28. (0–2)

В першым помістнику было штыріраз веце літрів воды як в другым. До каждого помістника вляно 6 літрів воды. Тепер в першым помістнику є двараз веце воды як в другым помістнику.

Порахуй, кілько літрів воды є в обох помістниках? Запиш обрахуваня.

Загальны вымаганя

III. Схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций.
2. Добераня математичного моделю до простой ситуациі та будуваня го в ріжных контекстах, тіж в практичным контексті.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
VI. Рівнаня з єдном гляданом. Ученик:
4) розвязує текстовы задачы при помочы рівнань першой ступени з єдном гляданом, в тым тіж з процентовыма обрахуванями.

Принципы оцінюваня

2 пкт – полне розвязаня: правильный спосіб рахуваня загального чысла літрів воды в обох помістниках, правильне рахуваня **та** правильный рахунковый результат згідный зо схоснуваном єдиницьом (27 літрів).
1 пкт – правильный спосіб рахуваня початкового чысла літрів воды в першым помістнику,
АБО
правильный спосіб рахуваня початкового чысла літрів воды в другым помістнику.
0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

Першый спосіб

Означыме початкову кількіст воды в другым помістнику (в літрах) як x і початкову кількіст воды в першым помістнику (в літрах) як $4x$.
Порахуєме, кілько літрів воды было на початку в другым помістнику.
Запишеме і розвяжеме рівнаня:

$$4x + 6 = 2(x + 6)$$
$$4x + 6 = 2x + 12$$
$$x = 3$$

В другым помістнику были напочатку три літры воды.
В першым помістнику было напочатку $4 \cdot 3 = 12$ літрів воды.
Порахуєме, кілько літрів воды было по тым, як доляно до каждого помістника по 6 літрів воды:
– в першым помістнику:

$12 + 6 = 18$ (літрів)

– в другым помістнику:

$3 + 6 = 9$ (літрів)

Порахуєме, кілько літрів воды єст разом в обох помістниках:

$18 + 9 = 27$

Одповід: Разом в обох помістниках є 27 літрів воды.

Другій спосіб

Означыме початкову кількіст воды (в літрах) в першым помістнику як x і початкову кількіст воды (в літрах) в другым помістнику як $\frac{1}{4}x$.

$$x + 6 = 2\left(\frac{1}{4}x + 6\right)$$

$$x + 6 = \frac{1}{2}x + 12$$

$$\frac{1}{2}x = 6$$

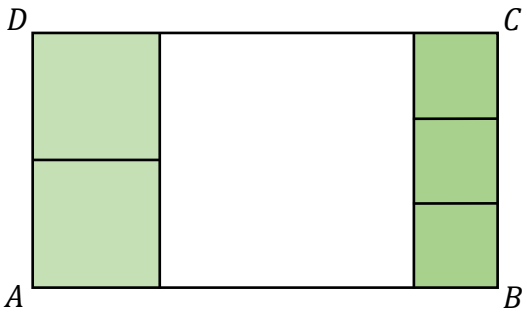
$$x = 12$$

В першым помістнику было на початку 12 літрів воды, а в другым были $\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$ літры воды. По тым, як доляно 6 літрів воды:

– в першым помістнику є 12 + 6 = 18 (літрів)
– в другым помістнику є 3 + 6 = 9 (літрів)
Разом в обох помістниках є: 18 + 9 = 27 (літрів)
Одповід: Разом в обох помістниках є 27 літрів воды.

Задача 29. (0–3)

Простокутник *ABCD* поділено на 6 квадратів: єден великій, два середні і три малы (смотр рисунок).



Поясний, же обшыр великого квадрату є векша як половина обшыри простокутника *ABCD*.

Загальны вымаганя

IV. Розумуваня і обґрунтуваня
1. Веднія простого розумуваня, подаваня обґрунтуваня поясняючого правильніст розумуваня, розріжняня доказу од приміру.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
III. Творіня альґебраічных выражынь з єдном або парома змінныма. Ученик:
3) записує залежности представлены в задачах в формі альґебраічных выражынь єдной або парох змінных.

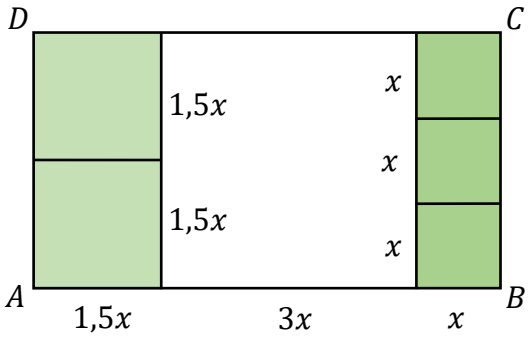
Принципы оцінюваня

3 пкт – полне розвязаня: сформулуваня правильного обґрунтуваня, же великій квадрат занимат більше як половину обшыри поверхні простокутника *ABCD*.
2 пкт – записаня обшыри простокутника *ABCD* і обшыри великого квадрату при помочы альґебраічных выражынь єдной змінной,
АБО
записаня долгости бока *AB* простокутника *ABCD* і долгости бока великого квадрату при помочы альґебраічных выражынь єдной змінной,
АБО
стверджыня, же два середні квадраты занимают половину поверхні великого квадрату, а три малы квадраты занимают поверхню меньшу як половина поверхні великого квадрату,
АБО
обґрунтуваня правильном методом, але з рахунковыма хыбами, же великій квадрат занимат веце як половину обшыри простокутника *ABCD*.
1 пкт – записаня залежности медже долгостями боків квадратів.
0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

Першый спосіб

Як долгіст бока малого квадрату означыме як x, то великій квадрат мат бік долгій на $3x$, а середній мат бік долгій на $1{,}5x$:



Обшыр малого квадрату: x^2

Обшыр середнього квадрату: $(1{,}5x)^2$

Обшыр великого квадрату: $(3x)^2 = 9x^2$

Порахуєме обшыр простокутника *ABCD*, сумуючы обшыр шестьох квадратів:

$$3 \cdot x^2 + (3x)^2 + 2 \cdot (1{,}5x)^2 = 16{,}5x^2$$

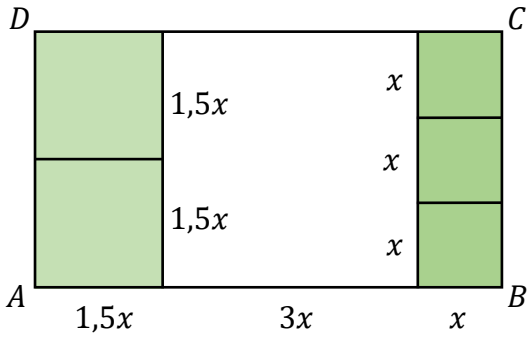
Половина обшыри простокутника *ABCD:*

$$16{,}5x^2 : 2 = 8{,}25x^2$$

Адже великій квадрат занимат більше як половину обшыри простокутника *ABCD*.

Другій спосіб

Як долгіст бока малого квадрату означыме як x, то великій квадрат мат бік долгій на $3x$, а середній мат бік долгій на $1{,}5x$.



Порахуєме долгіст одтинка *AB*, на якым поставлено простокутник *ABCD*:

$$1{,}5x + 3x + x = 5{,}5x$$

Поділиме простокутник *ABCD* на три простокутникы з том самом высокістю *AD*: першый зложеный з 2 середніх квадратів, другій – великій квадрат, а третрій зложеный з трьох малых квадратів.

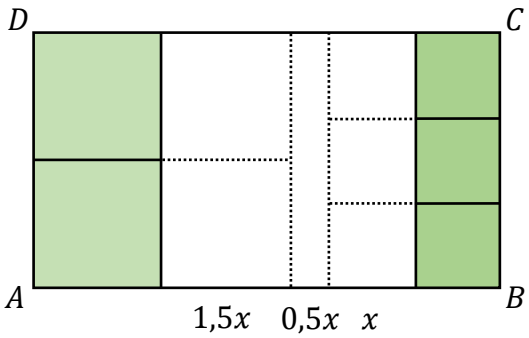
Великій квадрат мат бік долгій на $3x$.

Половина долгости одтинка *AB* то $2{,}75x$.

$$2{,}75x \cdot 3x < 3x \cdot 3x$$

Адже великій квадрат занимат більше як половину обшыри простокутника *ABCD*.

Третій спосіб



Возмеме до увагы, же два середні квадраты з боком долгости $1{,}5x$ занимают половину поверхні великого квадрату, а три малы квадраты з боком долгости x занимают поверхню меньшу як половина поверхні великого квадрату.
Адже великій квадрат занимат більше як половину обшыри простокутника *ABCD*.

Четверый спосіб

Бік середнього квадрату є о половину меньшый од бока великого квадрату. Обшыр середнього квадрату то $\frac{1}{4}$ обшыри великого квадрату.

$P_{śr} = \frac{1}{4}\ P_D$, де

$P_{śr}$ – обшыр середнього квадрату

P_D – обшыр великого квадрату

Бік малого квадрату є $\frac{1}{3}$ бока великого квадрату. Обшыр малого квадрату то $\frac{1}{9}$ обшыри великого квадрату.

$P_M = \frac{1}{9}\ P_D$, де

P_M – обшыр малого квадрату

P_D – обшыр великого квадрату

$$2 \cdot P_{śr} + 3 \cdot P_M = 2 \cdot \frac{1}{4}P_D + 3 \cdot \frac{1}{9}P_D = \frac{1}{2}P_D + \frac{1}{3}P_D = \frac{5}{6}P_D$$

$$\frac{5}{6}P_D < P_D$$

Великій квадрат занимат же більше як половину обшыри простокутника *ABCD*.

Задача 30. (0–3)

Простокутный пасок паперя порізано на штырі части в спосіб представленый на рисунку 1. З тых части зложено фіґуру в форму квадрату так, як вказано на рисунку 2. Обшыр того квадрату є рівна 36 цм^2.

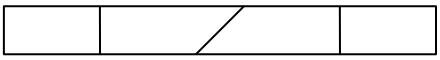


Рисунок 1.

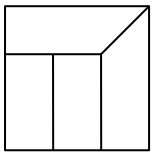


Рисунок 2.

Порахуй обстай паска паперя перед порізаньом. Запиш обрахуваня.

Загальны вымаганя

II. Схоснуваня і творіня інформаций.
1. Одчытуваня і інтерпретация даных представленых в ріжній формі та іх перетворюваня.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XI. Обрахуваня в ґеометриі. Ученик:
2) обраховує обстай многокутника з даныма долгостями боків;
3) обраховує обшыр: трикутника, квадрату, простокутника, ромбу, паралелоґраму, трапеза, представленых на рисунку та в практичных ситуациях, в тым і для даных, якы вымагают заміны єдиниц.

Принципы оцінюваня

3 пкт – полне розвязаня: правильный спосіб рахуваня обстая паска паперя перед порізаньом, правильны рахункы **та** правильный рахунковый результат згідный зо схоснуваном єдиницьом долгости (40 цм).
2 пкт – правильный спосіб рахуваня обстая паперя перед порізаньом,
АБО
обрахуваня вымірів простокутників і трапезів, з якых збудуваный є квадрат (простокутник: 2 цм × 4 цм, трапез: основы: 4 цм і 6 цм, высокіст: 2 цм).
1 пкт – правильный спосіб рахуваня долгости бока квадрату.
0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

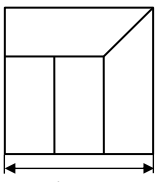
Першый спосіб

Обрахуєме долгіст бока квадрату:

$$\sqrt{36} = 6 \text{ (цм)}$$

На долгіст бока квадрату складают ся 3 шырокости паска, адже пасок мал шырокіст:

$$6 : 3 = 2 \text{ (цм)}$$



Обшыр паска є рівна обшыри квадрату порахуєме долгіст паска:

$$36 : 2 = 18 \text{ (цм)}$$

Перед порізаньом пасок мал выміры 2 цм × 18 цм, порахуєме обстай паска:

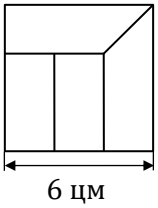
$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40 \text{ (цм)}$$

Одповід: Обстай паска паперя перед порізаньом был рівный 40 цм.

Другій спосіб

Обрахуємe долгіст бока квадрату:

$\sqrt{36}$ = 6 (цм)



На долгіст бока квадрату складают ся 3 шырокости паска, адже пасок мал шырокіст:

6 : 3 = 2 (цм)

Долгіст долшой основы трапеза є рівна долгости бока квадрату, адже 6 цм.

Порахуємe долгіст коротшой основы трапеза:

6 – 2 = 4 (цм)

Долгіст другого бока меньшого простокутника є рівна долгости коротшой основы трапеза, адже 4 цм.

Порахуємe долгіст паска перед порізаньом:

4 + 6 + 4 + 4 = 18 (цм)

Порахуємe обстай паска:

$2 \cdot 2 + 2 \cdot 18 = 40$ (цм)

Одповід: Обстай паска паперя перед порізаньом был рівный 40 цм.

Задача 31. (0–3)

Три сусідкы замовили разом каву в інтернетовым склепі. Кава для пані Маліновской мала коштувати 120 зл, а для пані Віснєвской і для пані Слівіньской – по 90 зл. Сусідкы при купуваню отримали рабат і за замовлену каву заплатили 260 зл.

Порахуй, кілько грошів повинна заплатити кажда з пань, жебы єй вплата была пропорцийональна до першой вартости замовліня? Запиш обрахуваня.

Загальны вымаганя

III. Схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций.
2. Добераня математичного моделю до простой ситуациі та будуваня го в ріжных контекстах, тіж в практичным контексті.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
VII. Проста пропорцийональніст. Ученик:
3) хоснує пропорцийональный поділ.

Принципы оцінюваня

3 пкт – полне розвязаня: правильный спосіб рахуваня квот, котры повинны заплатити пані Маліновска, Віснєвска і Слівіньска згідно з першом вартістю замовліня, правильны рахункы **та** правильный рахунковый результат (п. Маліновска: 104 зл, п. Слівіньска: 78 зл, п. Віснєвска: 78 зл).

2 пкт – правильный спосіб рахуваня квот, якы повинна заплатити кажда з сусідок.

1 пкт – правильный спосіб рахуваня, яком частю першой вартости замовліня є кава замовлена для єдной з сусідок, напр. записаня $\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$,

АБО

правильный спосіб вызначыня пропорциі вартости замовліня, напр. записаня 4 : 3 : 3,

АБО

правильный спосіб вызначыня пропорциі належности по рабаті до першой вартости замовліня, напр. записаня $\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$,

АБО

правильный спосіб вызначыня пропорциі рабату до першой вартости замовліня, напр. записаня $\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$.

0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

Першый спосіб

Перша вартіст замовліня то 300 зл.

Кошт кавы пані Маліновской то:

$\frac{120}{300} = \frac{4}{10}$ той квоты

Порахуєме квоту, яку мусит заплатити пані Маліновска:

$\frac{4}{10} \cdot 260 = 104$ (зл)

Порахуєме квоту, яку мусят заплатити пані Віснєвска і Слівіньска:

260 зл – 104 = 156 (зл)

Порахуєме квоту, яку заплатити мусит кажда з пань: Віснєвска і Слівіньска

156 : 2 = 78 (зл)

Одповід: Пані Маліновска повинна заплатити 104 зл, а пані Віснєвска і Слівіньска – по 78 зл.

Другій спосіб

Порахуєме пропорцию першых вартости замовлінь:

120 : 90 : 90 = 4 : 3 : 3

4 + 3 + 3 = 10

260 зл : 10 = 26 (зл)

Порахуєме квоту, яку мусит заплатити пані Маліновска:

4 · 26 = 104 (зл)

Порахуєме квоту, яку заплатити мусит кажда з пань: Віснєвска і Слівіньска:

3 · 26 = 78 (зл)

Одповід: Пані Маліновска повинна заплатити 104 зл, а пані Віснєвска і Слівіньска – по 78 зл.

Третій спосіб

Перша вартіст замовліня то 300 зл. Сусідкы заплатили за замовлену каву 260 зл.

$$\frac{260}{300} = \frac{13}{15}$$

Кажда пані повинна заплатити $\frac{13}{15}$ першой вартости свого замовліня.

Порахуєме квоту, яку мусит заплатити пані Маліновска:

$$\frac{13}{15} \cdot 120 = 13 \cdot 8 = 104 \text{ (зл)}$$

Порахуєме квоту, яку мусят заплатити пані Віснєвска і Слівіньска:

$$\frac{13}{15} \cdot 90 = 13 \cdot 6 = 78 \text{ (зл)}$$

Одповід: Пані Маліновска повинна заплатити 104 зл, а пані Віснєвска і Слівіньска – по 78 зл.

Четвертый спосіб

Перша вартіст замовліня то 300 зл. Сусідкы заплатили за замовлену каву 260 зл, адже квота рабату є рівна 40 зл.

$$\frac{40}{300} = \frac{2}{15}$$

Кажда пані повинна заплатити о $\frac{2}{15}$ грошів меньше як принимано перше.

Порахуєме квоту рабату і квоту, яку мусит заплатити пані Маліновска:

$$\frac{2}{15} \cdot 120 = 2 \cdot 8 = 16 \text{ (зл)}$$

$$120 - 16 = 104 \text{ (зл)}$$

Порахуєме квоту рабату і квоту, яку мусят заплатити пані Віснєвска і Слівіньска:

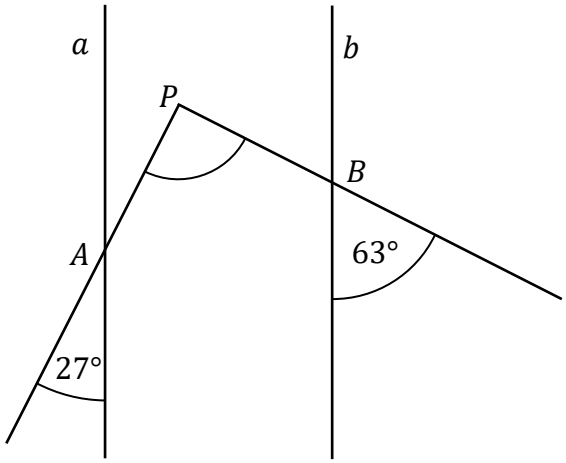
$$\frac{2}{15} \cdot 90 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ (зл)}$$

$$90 - 12 = 78 \text{ (зл)}$$

Одповід: Пані Маліновска повинна заплатити 104 зл, а пані Віснєвска і Слівіньска – по 78 зл.

Задача 32. (0–2)

Просты a і b сут паралельны. Пілпросты *PA* і *PB* перетинают тоты просты в пунктах *A* і *B*, в результаті чого створюют з нима остры куты з вымірами поданыма на рисунку.



Поясний, же кут *APB* є простый.

Загальны вымаганя

IV. Розумуваня і обґрунтуваня
1. Веднія простого розумуваня, подаваня обґрунтуваня поясняючого правильніст розумуваня, розріжняня доказу од приміру.

Детальны вымаганя

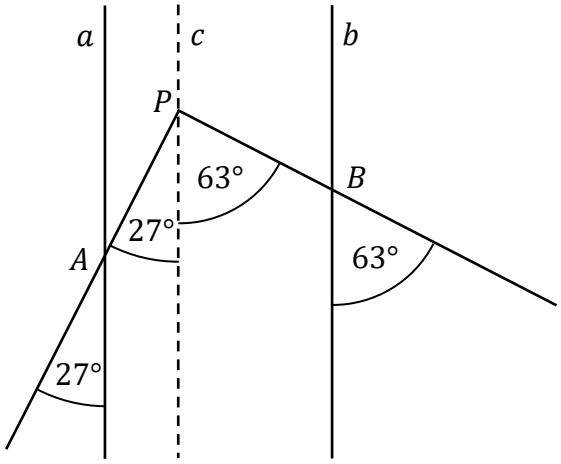
КЛЯСЫ VII і VIII
VIII. Властивости ґеометричных фіґур на площыні. Ученик:
3) корыстат з властивости простых паралельных, а особливо хоснує рівніст одповідаючых і поміщеных наперемін кутів.

Принципы оцінюваня

2 пкт – полне розвязаня: сформулуваня правильного обґрунтуваня, же кут *APB* мат міру 90°, адже є простым кутом.
1 пкт – поведіня простой *с* **та** записаня правильной міры што найменьше єдного одповідаючого кута до 27° або 63°,
АБО
поведіня простой *с* **та** записаня правильной міры кутів што найменьше єдного з трикутників *APC* або *BDP*,
АБО
поведіня простой *PB* або *AP* **та** записаня правильной міры одповідаючого кута в трикутнику *APC* або *BDP*,
АБО
поведіня простой *с* **та** усталіня мір отвореных кутів пяткутника *ACDBP*,
АБО
поведіня простой *с* **та** записаня правильных мір кутів *CAP* і *PBC* штырікутника.
0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

Першый спосіб



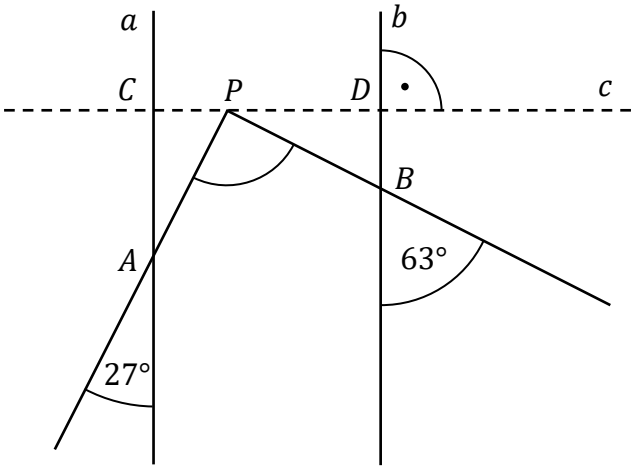
Через пункт *P* ведеме просту c паралельну до простых a і b.
Ділит она кут *APB* на дві части, з якых єдна є одповідаючым кутом до кута міры 27°, а друга – до кута міры 63°, зато

$$|\sphericalangle APB| = 27° + 63° = 90°.$$

Кут *APB* є простым кутом.

Другій спосіб

Через пункт *P* ведеме просту c, яка простопадат до a і b. Вызначат она два простокутны трикутникы *APC* і *BDP*.



Усталиме міры острых кутів тых трикутників.

$$|\sphericalangle CPA| = 90° - 27° = 63° \text{ та}$$
$$|\sphericalangle BPD| = 90° - 63° = 27°$$
$$|\sphericalangle APB| = 180° - (27° + 63°) = 90°$$

Кут *APB* є простым кутом.

Третій спосіб

Передолжыме пілпросту *PB*, жебы перетяла ся з простом a в пункті *C* (рисунок 1.), або пілпросту *AP*, жебы перетяла ся з простом b в пункті *D* (рисунок 2.).

Рисунок 1.

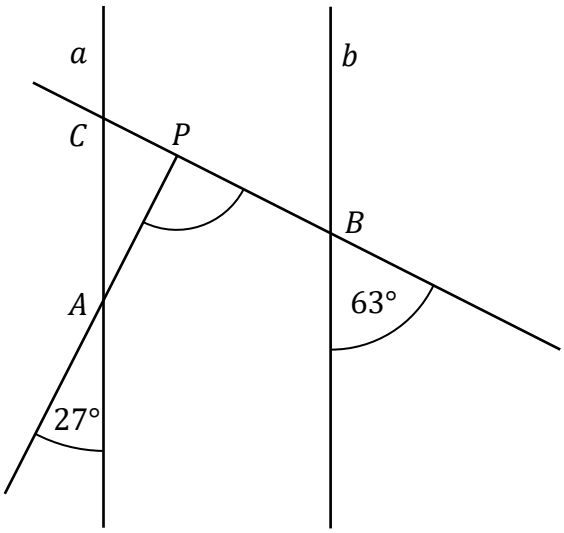
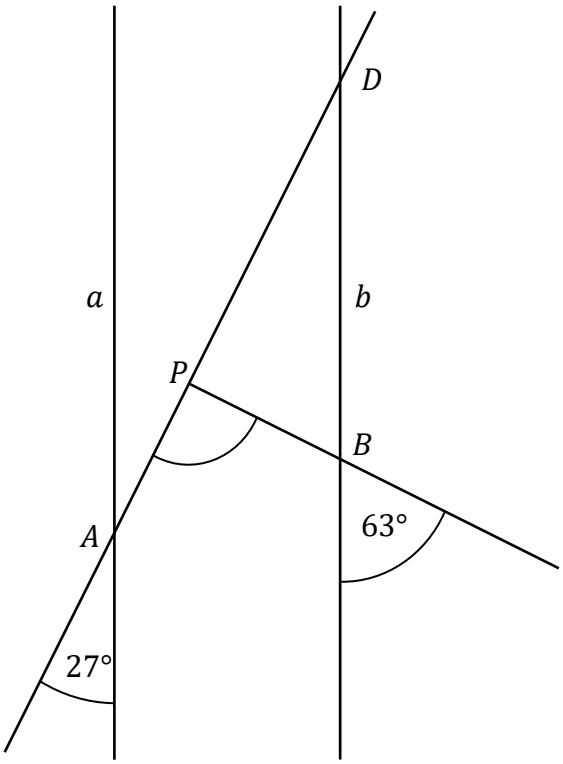


Рисунок 2.



Усталиме міры двох кутів в трикутниках *APC* або *BDP*, што возникли.
Єден з кутів є вершковым кутом, а другій – одповідаючым кутом до кутів міры 63° і 27°.
Рахуєме міру третього кута в трикутниках *APC* або *BDP*, што возникли.

$$|\sphericalangle CPA| = 180° - (27° + 63°) = 90°$$

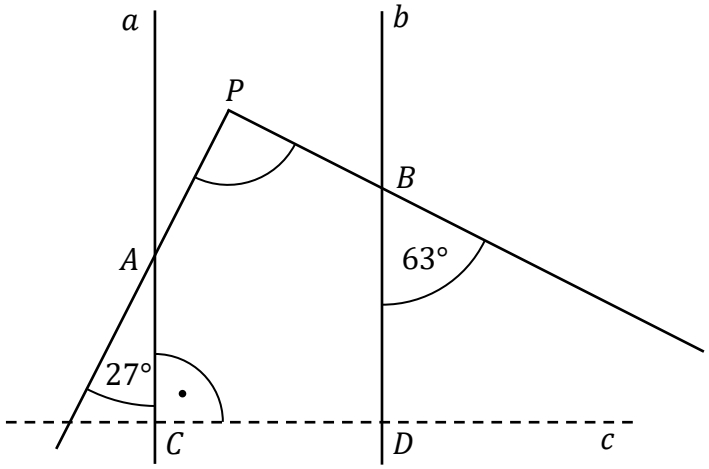
Кут *APB* є кутом, што прилігат до кута *CPA*, значыт є простым кутом.

$$|\sphericalangle BPD| = 180° - (27° + 63°) = 90°$$

Кут *APB* є кутом, што прилігат до кута *BPD*, значыт є простым кутом.

Четвертый спосіб

Ведеме просту c, яка простопадат до a і b, так жебы возник выпуклый пяткутник.



Усталиме міры отвореных кутів того пяткутника.

$|\sphericalangle CAP| = 180° - 27° = 153°$ та

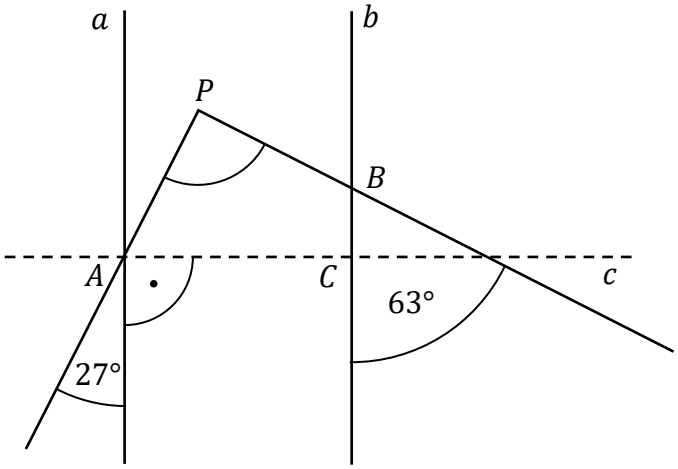
$|\sphericalangle PBD| = 180° - 63° = 117°$

$|\sphericalangle APB| = 540° - (90° + 90° + 117° + 153°) = 90°$

Кут *APB* є простым кутом.

Пятый спосіб

Через пункт *A* поведеме просту c, яка простопадат до a і b. Вызначат она штырікутник *ACBP*.



Усталиме міры двох кутів штырікутника.

$|\sphericalangle PBC| = 180° - 63° = 117°$ та

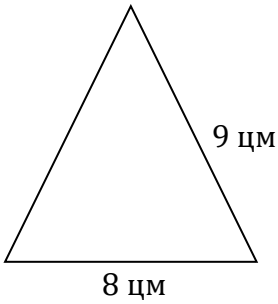
$|\sphericalangle CAP| = 90° - 27° = 63°$

$|\sphericalangle APB| = 360° - (90° + 117° + 63°) = 90°$

Кут *APB* є простым кутом.

Задача 33. (0–3)

Трикутник вказаный на рисунку є бічном стіном правильной штырікутной піраміды.



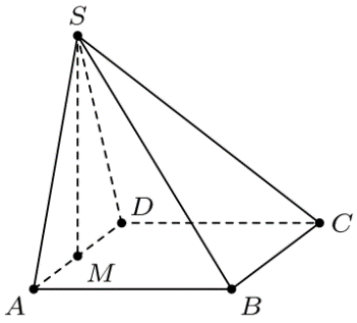
Порахуй обшыр цілой поверхні той піраміды. Запиш обрахуваня.

Загальны вымаганя

IV. Розумуваня і обґрунтуваня
3. Хоснуваня стратеґії выходячой зо змісту задачы, творіня стратеґії розвязаня проблему, тіж в вельоетаповых розвязанях та в такых, якы вымагают знаня єднати відомости і знань з ріжных ділів математикы.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ VII і VIII
XI. Просторова ґеометрия. Ученик:
3) рахує обємніст і обшыр поверхні правильных пірамід і такых, якы не сут правильны, в задачах не труднійшых як в примірі:
Простокутник *ABCD* є основом піраміды *ABCDS*, пункт *M* є середином ребра *AD*, одтинок *MS* є высокістю піраміды. Даны сут слідуючы долгости ребра: *AD* = 10 цм, *AS* = 13 цм та *AB* = 20 цм.



Порахуй обємніст піраміды.

Принципы оцінюваня

3 пкт – полне розвязаня: правильный спосіб рахуваня обшыри цілой поверхні піраміды, правильны рахункы **та** правильный рахунковый результат згідный зо схоснуваном єдиницьом: $(64 + 16\sqrt{65})$ цм^2.

2 пкт – правильный спосіб рахуваня обшыри єдной бічной стіны **та** правильный спосіб рахуваня обшыри основы піраміды,
АБО
правильный спосіб рахуваня высокости бічной стіны піраміды тзн. схоснуваня теоремы Пітаґора **та** записаня, же обшыр цілой поверхні піраміды є сумом

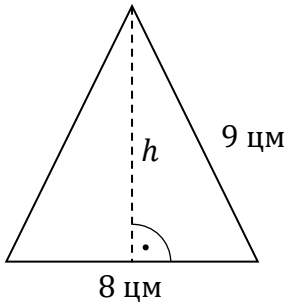
обшыри квадрату з боком долгости 8 цм і обшыри штырьох трикутників з основом 8 цм.

1 пкт – правильный спосіб рахуваня высокости бічної стіны піраміды тзн. схоснуваня теоремы Пітаґора,
АБО
записаня, же обшыр цілой поверхні піраміды є сумом обшыри квадрату з боком долгости 8 цм і обшыри штырьох трикутників з основом 8 цм.

0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладове полне розвязаня

Схоснуєме теорему Пітаґора, порахуєме высокіст h бічної стіны піраміды:



$$4^2 + h^2 = 9^2$$
$$h^2 = 81 - 16 = 65$$
$$h = \sqrt{65}\ (\text{цм})$$

Порахуєме обшыр бічної стіны піраміды:

$$P_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \sqrt{65} = 4\sqrt{65}\ (\text{цм}^2)$$

Порахуєме обшыр цілой поверхні піраміды:

$$P = 8^2 + 4 \cdot 4\sqrt{65} = 64 + 16\sqrt{65}\ (\text{цм}^2)$$

Одповід: Обшыр цілой поверхні піраміды є рівна $(64 + 16\sqrt{65})\ \text{цм}^{2}{}^{2}$.

Задача 34. (0–2)

Княжу Яскыню може одвидіти штоден лем десят ґруп, якы входят кажда по єдній по єднакых часовых перервах. Перша ґрупа зачынат одвиджати яскыню о 9:00, а послідня – о 16:30. Ґрупа скаутів пришла одвидіти яскыню о 13:25.

Порахуй, кілько найменьше минут скауты будут ждати на вхід до яскыні? Запиш обрахуваня.

Загальны вымаганя

IV. Розумуваня і обґрунтуваня
3. Хоснуваня стратеґії выходячой зо змісту задачы, творіня стратеґії розвязаня проблему, тіж в вельоетаповых розвязанях та в такых, якы вымагают знаня єднати відомости і знань з ріжных ділів математикы.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XII. Практичны обрахуваня. Ученик:
3) робит просты зыґарьовы обрахуваня на годинах, минутах і секундах.

Принципы оцінюваня

2 пкт – полне розвязаня: правильный спосіб рахуваня мінімального часу жданя на вхід до яскыні, правильны рахункы **та** правильный рахунковый результат (35 минут).
1 пкт – правильный спосіб рахуваня часу одвиджаня яскыні.
0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

Першый спосіб

Од 9:00 годины до 16:30 минят 7 годин і 30 минут, значыт 450 минут. В тым часі є 9 входів до яскыні, зато єдно одвиджаня тырват 450 : 9 = 50 минут.

Од 9:00 годины до 13:25 є 265 минут, а же $265 = 5 \cdot 50 + 15$, зато найблизшый вхід буде за $50 – 15 = 35$ минут.
Одповід: Скауты будут мусіти пождати найменьше 35 минут.

Другій спосіб

Од 9:00 годины до 16:30 минят 7 годин і 30 минут, значыт 450 минут. В тым часі є 9 входів до яскыні, зато єдно одвиджаня тырват 450 : 9 = 50 минут.

Черговы входы до яскыні проходят о: 9:00, 9:50, 10:40, 11:30, 12:20, 13:10, 14:00. Од годины 13:25 до 14:00 є 35 минут.
Одповід: Скауты будут мусіти пождати найменьше 35 минут.

Задача 35. (0–2)

Аґнєшка записала штыріцифрове подільне през 7 чысло. Скрислила в тым чыслі цифру єдности і отримала чысло 496.

Якє штыріцифрове чысло записала Аґнєшка? Запиш обрахуваня.

Загальны вымаганя

II. Схоснуваня і творіня інформаций.
2. Інтерпретуваня і творіня текстів з математичным характером та ґрафічне представляня даных.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
II. Діяня на натуральных числах. Ученик:
3) множыт і ділит натуральне чысло през єдноцифрове, двоцифрове або трицифрове чысло писемні, в памяти (в найпростійшых примірах) і при помочы калькулятора (в труднійшых примірах).

Принципы оцінюваня

2 пкт – полне розвязаня: правильный спосіб вызначыня штыріцифрового чысла подільного през 7, правильне рахуваня **та** правильный рахунковый результат (4963).

1 пкт – стверджыня, же каждый з елементів сумы 4900 + 6x єст подільный през 7,
АБО
записаня діліня писемні без вказаня результату діяня.

0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

Першый спосіб

Штыріцифрове чысло записуєме як $496x$, де x означат цифру єдности.
Чысло тото можеме записати в формі сумы 4900 + 6x.
Чысло 4900 є подільне през 7.
Глядаме двоцифрового чысла подільного през 7, цифра десяток якого є рівна 6.
През 7 ділит ся лем чысло 63.
Одповід: Аґнєшка записала чысло 4963.

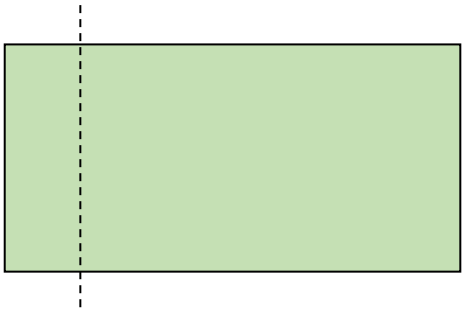
Другій спосіб

Записуєме штыріцифрове чысло в формі $496x$, де x означат чысло єдности, і поділиме го през 7.
Жебы решта з діліня была рівна 0, то двоцифрове чысло 6x мусит ся ділити през 7.
Зато x мусит быти рівный 3.
Одповід: Аґнєшка записала чысло 4963.

	7	0	9		
4	9	6	x	:	7
4	9				
		6	x		
		6	3		
			0		

Задача 36. (0–3)

Простокутник з боками долгыма на 12 і 6 поділено на два простокутникы (смотр рисунок). Обстай єдного з простокутників, якы возникли в результаті поділу, є двараз векшый як обстай другого.



Порахуй выміры простокутника з меньшым обстайом. Запиш обрахуваня.

Загальны вымаганя

III. Схоснуваня і інтерпретуваня репрезентаций.
2. Добераня математичного моделю до простой ситуациі та будуваня го в ріжных контекстах, тіж в практичным контексті.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XI. Обрахуваня в ґеометриі. Ученик:
1) обраховує обстай многокутника з даныма долгостями боків.

Принципы оцінюваня

3 пкт – полне розвязаня: правильный спосіб рахуваня вымірів простокутника з меньшым обстайом, правильне рахуваня **та** правильный рахунковый результат (6 і 2).

2 пкт – записаня правильного рівнаня з єдном гляданом, што веде до обрахуваня долгости коротшого бока простокутника з меньшым обстайом,
АБО
правильне рахуваня обстая меньшого простокутника,
АБО
провіріня вшыткых условій задачы для штонайменьше двох ріжных пар долгости боків більшого і меньшого простокутника, в тым одповідньо для чысел: 10 і 2, але без поданя вымірів простокутника з меньшым обстайом (метода проб і хыб).

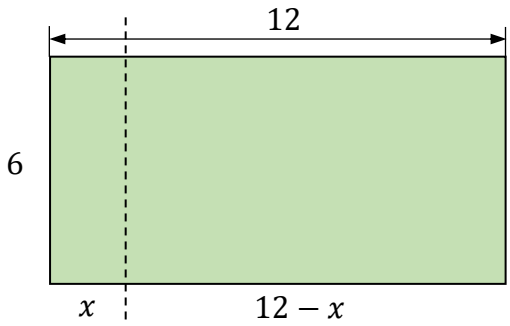
1 пкт – правильный спосіб означыня долгости двох боків отриманых простокутників,
АБО
стверджыня, же по перенесіню леніі поділу сума обстаів отриманых фіґур ся не змінит,
АБО
зробліня поділу простокутника на два меньшы простокутникы і порахуваня обстаів отриманых фіґур (метода проб і хыб).

0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

Перший спосіб

Ділиме простокутник на два простокутникы. Два бокы отриманых простокутників означаме так, як вказано на рисунку.



Обстай меньшого простокутника є рівный:

$$2 \cdot x + 2 \cdot 6 = 2x + 12$$

Обстай векшого простокутника є рівный:

$$2 \cdot (12 - x) + 2 \cdot 6 = 36 - 2x$$

Обстай єдного простокутника є двараз векшый як обстай другого, што записуєме при помочы рівнаня.

$$36 - 2x = 2 \cdot (2x + 12)$$

$$36 - 2x = 4x + 24$$

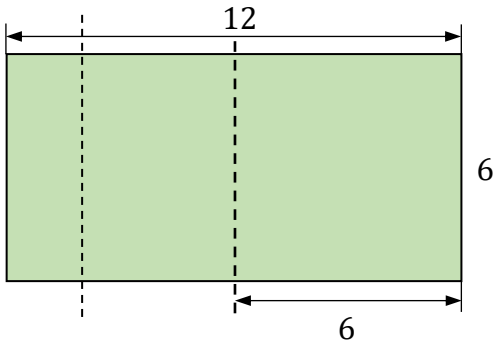
$$6x = 12$$

$$x = 2$$

Одповід: Простокутник з меньшым обстайом мат выміры 6 і 2.

Другій спосіб

Ділиме простокутник на 2 квадраты з обстаями 24.



Сума обстаів тых квадратів є рівна 48. Звернийме увагу, же кєд перенесеме ленію поділу, сума обстаів отриманых фіґур ся не змінит.

Разом обстай гляданых простокутників є рівный 48, пропорция тых обстаів є рівна 2 : 1.

Адже обстай меньшого простокутника є рівный:

$$48 : 3 = 16$$

Кєд єден бік того простокутника є рівный 6, то другій бік є долгій на:

$$\frac{16}{2} - 6 = 2$$

Одповід: Простокутник з меньшым обстайом мат выміры 6 і 2.

Третій спосіб

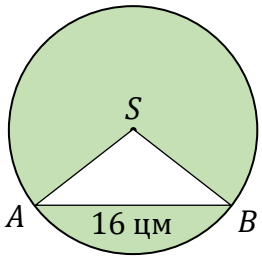
Ділиме простокутник на 2 квадраты з обстаями 24.
Переносиме ленію поділу і отримуєме два простокутникы.
В каждым з них долгіст єдного бока ся змінят, а другого є рівна 6.
Провіряме, якій є результат діліня обстаів отриманых простокутників.

векшый простокутник		меньшый простокутник		результат діліня обстая векшого простокутника до обстая меньшого простокутника
долгіст єдного бока	обстай	долгіст єдного бока	обстай	
8	28	4	20	$\frac{28}{20} < 2$
9	30	3	18	$\frac{30}{18} < 2$
10	**32**	**2**	**16**	$\mathbf{\frac{32}{16} = 2}$
11	34	1	14	$\frac{34}{14} > 2$

Одповід: Простокутник з меньшым обстайом мат выміры 6 і 2.

Задача 37. (0–3)

На округу з середком S і радіусом $r = 10$ цм зазначено пункты A і B, такы же одтинок AB мат долгіст 16 цм. Дальше дорисувано одтинкы AS і BS (смотр рисунок).



Порахуй обшыр затіненой фіґуры. В рахунках приймий $\pi \approx 3,14$. Запиш обрахуваня.

Загальны вымаганя

IV. Розумуваня і обґрунтуваня.
3. Хоснуваня стратеґіі выходячой зо змісту задачы, творіня стратеґіі розвязаня проблему, тіж в вельоетаповых розвязанях та в такых, якы вымагают знаня єднати відомости і знань з ріжных ділів математикы.

Детальны вымаганя

КЛЯСЫ IV–VI
XI. Обрахуваня в ґеометриі. Ученик:
3) обраховує обшыр: трикутника, квадрату, простокутника, ромбу, паралелоґраму, трапеза, представленых на рисунку та в практичных ситуациях, в тым і для даных, якы вымагают заміны єдиниц.
КЛЯСЫ VII і VIII
XIV. Долгіст округу і обшыр колеса. Ученик:
3) обраховує обшыр колеса з даным радіусом або даным діаметром.

Принципы оцінюваня

3 пкт – полне розвязаня: правильный спосіб рахуваня обшыри затіненой фіґуры, правильне рахуваня **та** правильный рахунковый результат згідный зо схоснуваном єдиницьом (≈ 266 цм^2).

2 пкт – правильный спосіб рахуваня высокости трикутника *ABS* поведеной з верха *S* тзн. схоснуваня теоремы Пітаґора **та** правильный спосіб рахуваня обшыри трикутника з основом 16 цм,
АБО
правильный спосіб рахуваня высокости трикутника *ABS* поведеной з верха *S* тзн. схоснуваня теоремы Пітаґора **та** правильный спосіб рахуваня обшыри колеса з радіусом 10 цм,
АБО
правильный спосіб рахуваня долгости высокости трикутника *ABS* поведеной з верха *S* тзн. схоснуваня теоремы Пітаґора **та** правильный спосіб рахуваня обшыри затіненой фіґуры як ріжниці обшыри колеса з радіусом 10 цм і обшыри трикутника *ABS* з основом 16 цм.

1 пкт – правильный спосіб рахуваня высокости трикутника *ABS*,
АБО

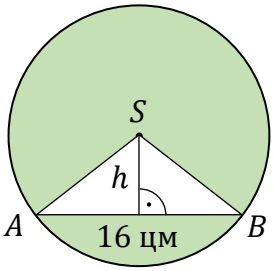
записаня, же обшыр затіненой фіґуры єст ріжницьом обшыри з радіусом 10 цм і обшыри трикутника ABS з основом 16 цм.

0 пкт – хыбне розвязаня або брак розвязаня.

Прикладовы полны розвязаня

Першый спосіб

Схоснуєме теорему Пітаґора, обрахуєме высокіст трикутника ABS:



$$8^2 + h^2 = 10^2$$
$$h^2 = 100 - 64 = 36$$
$$h = 6\ (\text{цм})$$

Обрахуєме обшыр трикутника ABS:

$$P_{\Delta\, ABS} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48\ (\text{цм}^2)$$

Обрахуєме приблизно обшыр колеса з радіусом $r = 10$ цм:

$$P_{\text{колеса}} = \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 100 \cdot 3{,}14 \approx 314\ (\text{цм}^2)$$

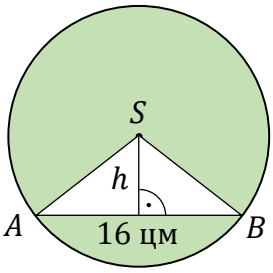
Обрахуєме обшыр затіненой фіґуры:

$$P = P_{\text{колеса}} - P_{\Delta\, ABS} \approx 314 - 48 \approx 266\ (\text{цм}^2)$$

Одповід: Обшыр затіненой фіґуры є рівна приблизно $266\ \text{цм}^2$.

Другій спосіб

Схоснуєме теорему Пітаґора, обрахуєме высокіст трикутника ABS:



$$8^2 + h^2 = 10^2$$
$$h^2 = 100 - 64 = 36$$
$$h = 6\ (\text{цм})$$

Обрахуєме обшыр затіненой фіґуры:

$$P = P_{\text{колеса}} - P_{\Delta\, ABS} = \pi \cdot 10^2 - \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 \approx 314 - 48$$
$$\approx 266\ (\text{цм}^2)$$

Одповід: Обшыр затіненой фіґуры є рівна приблизно $266\ \text{цм}^2$.